

第 1 章

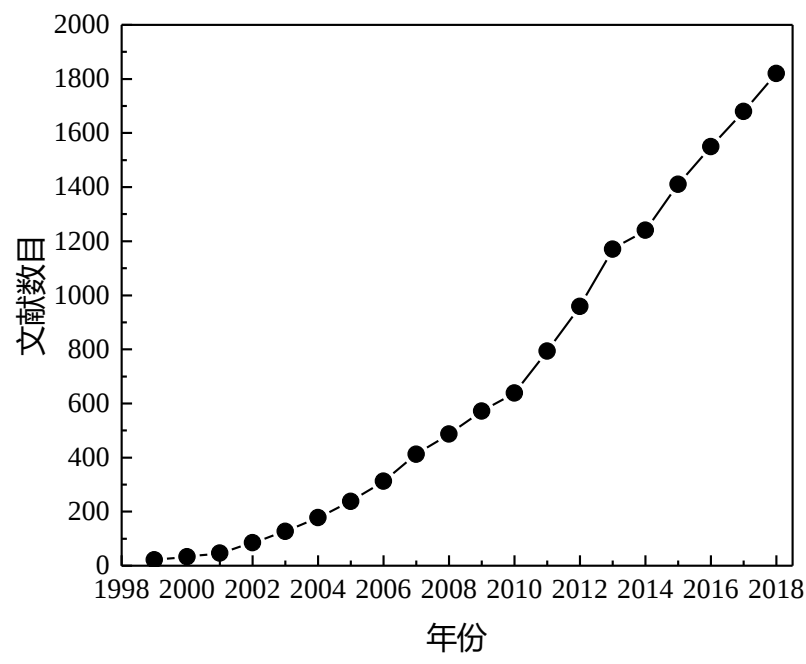


图 1-1 1999 年至 2018 年扩展有限元相关文献数目（注：①数据来自谷歌学术；②文中包含“extended finite element method”关键字，即称为相关文献）

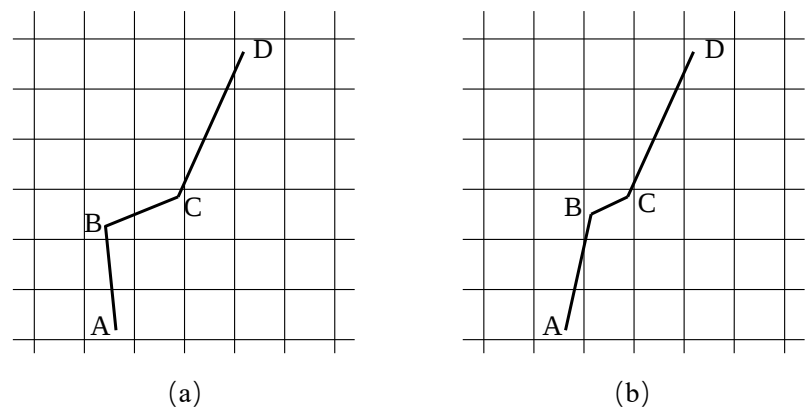


图 1-2 二维问题裂缝片段示意图

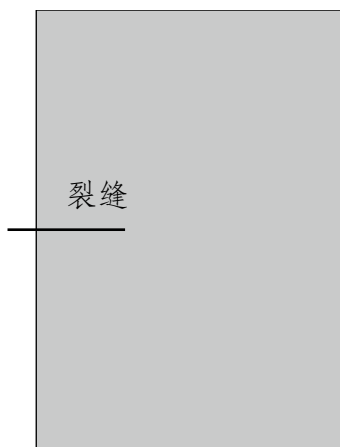


图 1-3 边缘裂缝示意图

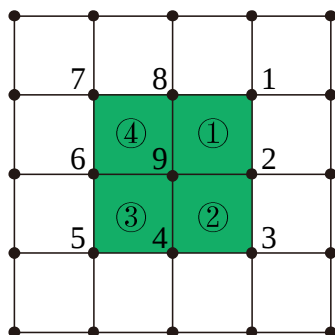


图 1-4 四节点四边形单元节点的支撑域示意图

## 第 2 章

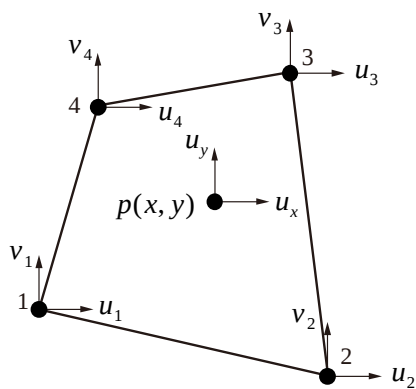


图 2-1 四节点四边形单元

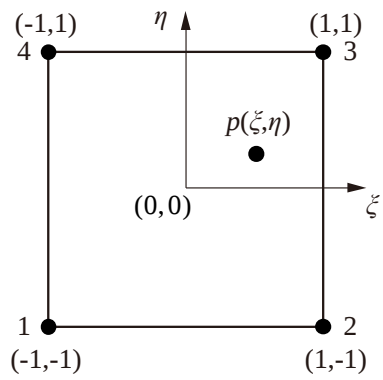


图 2-2 自然坐标系（局部坐标系）下的四节点四边形等参元

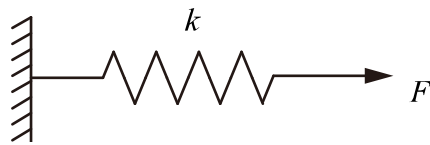


图 2-3 处于平衡状态的弹簧

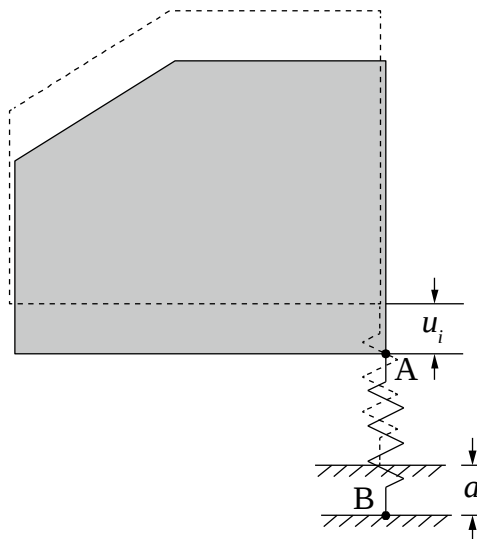


图 2-4 罚函数法示意图

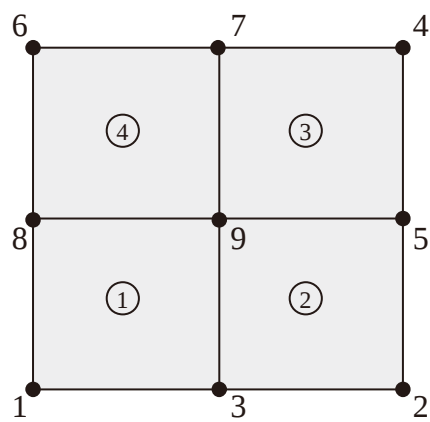


图 2-5 直接平均法计算节点应力示意图

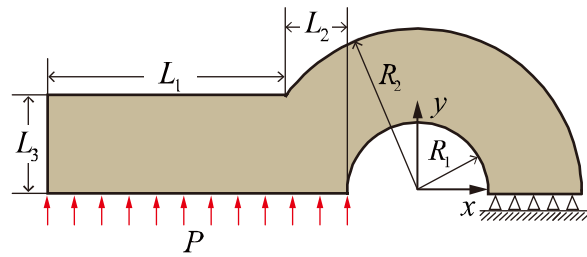


图 2-6 有限元基本分析算例模型示意图

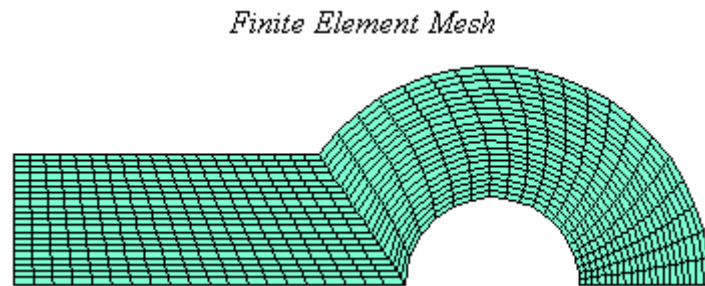


图 2-7 ANSYS 生成的有限元网格

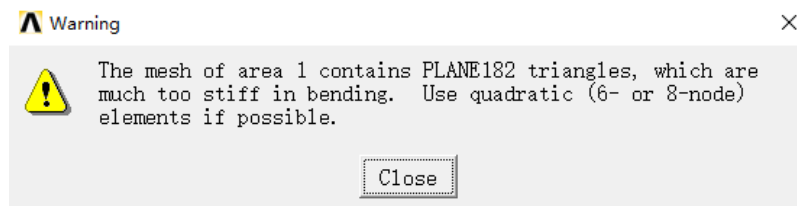


图 2-8 ANSYS 网格包含三角形单元提示窗口

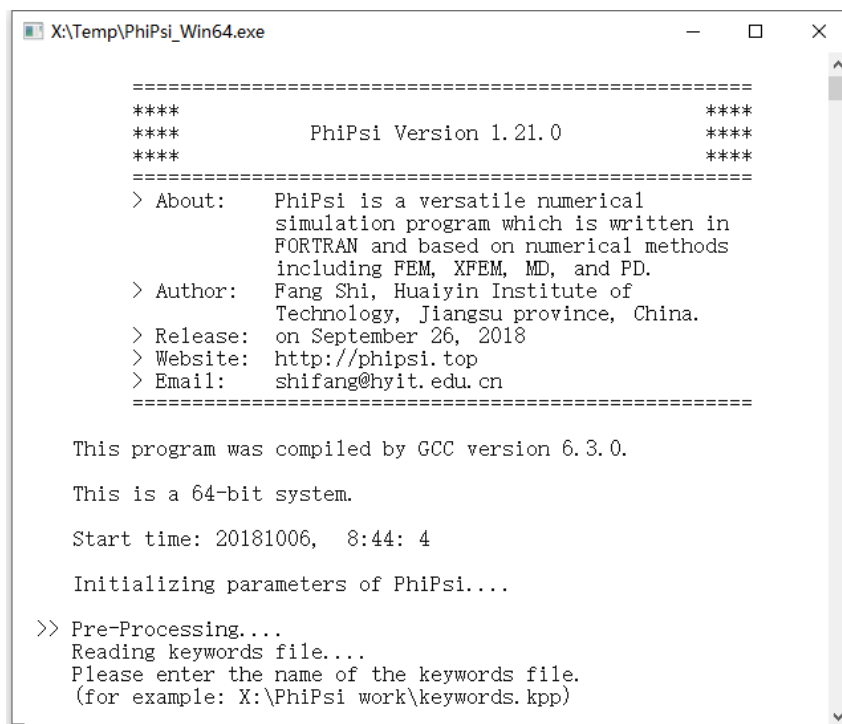


图 2-9 PhiPsi 程序运行界面

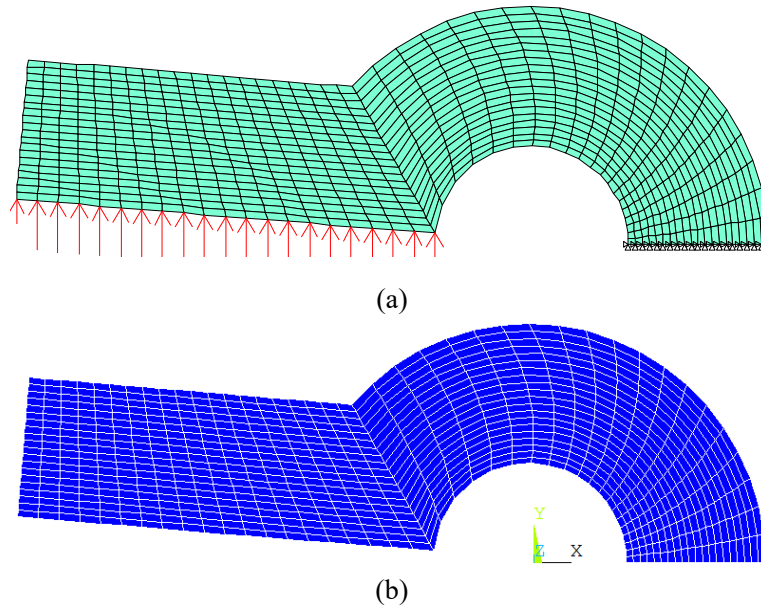


图 2-10 变形图（变形放大系数为 20）：(a) PhiPsi 计算结果；(b) ANSYS 计算结果

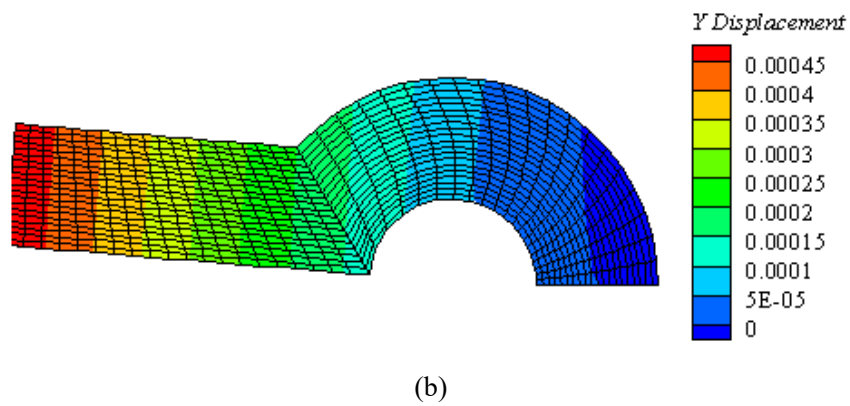
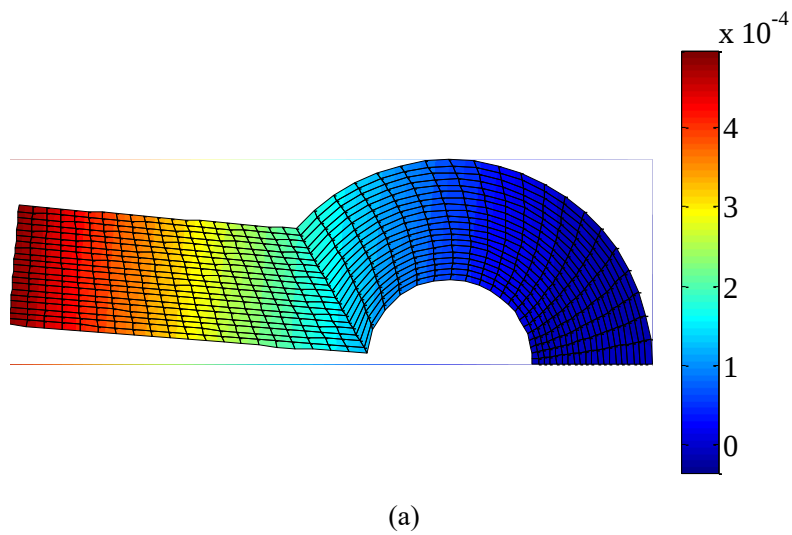
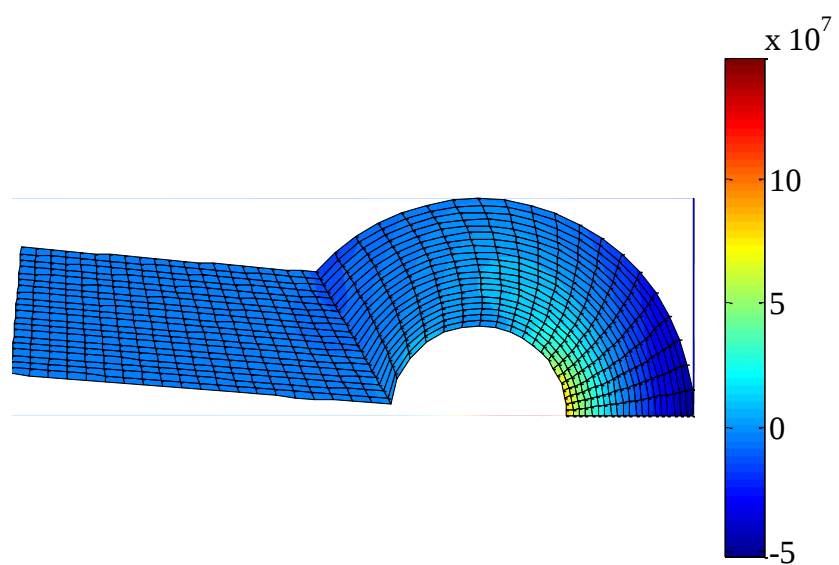
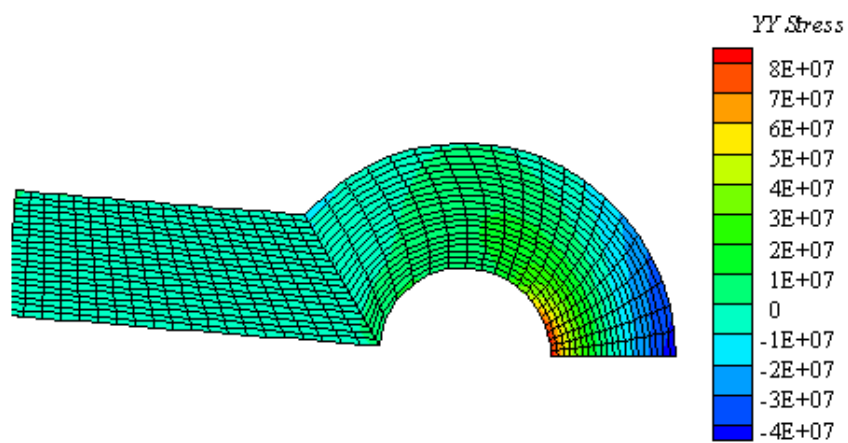


图 2-11 y 方向位移云图（变形放大系数为 20）：(a) PhiPsi 计算结果；(b) ANSYS 计算结果  
（经 Tecplot 后处理）



(a)



(b)

图 2-12  $y$  方向应力云图（变形放大系数为 20）：(a) PhiPsi 计算结果；(b) ANSYS 计算结果（经 Tecplot 后处理）

### 第 3 章

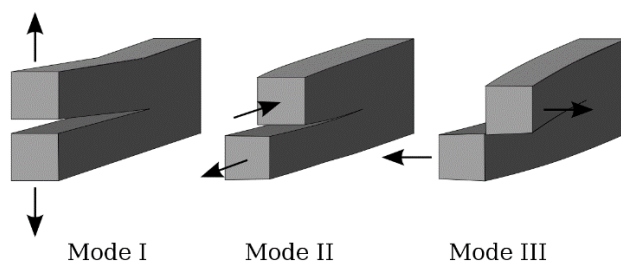


图 3-1 三种基本断裂模式示意图

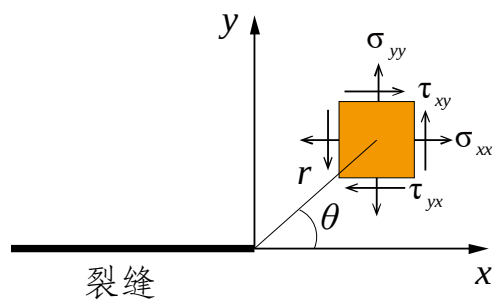


图 3-2 裂尖极坐标系下的应力分量 ( $z$  轴垂直于纸面)

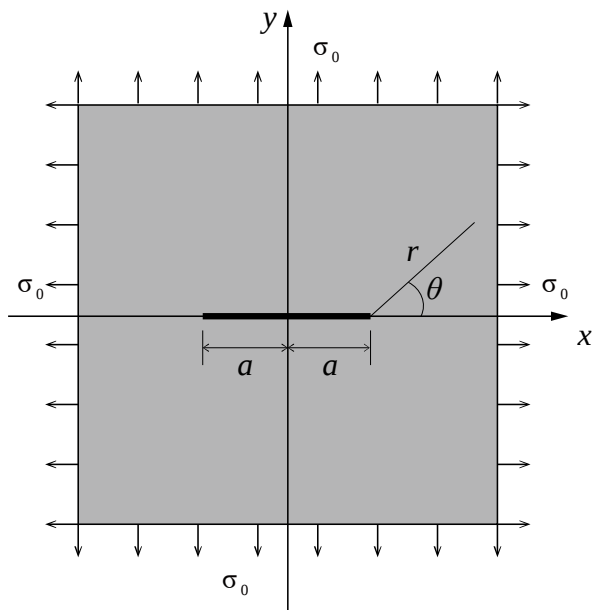


图 3-3 含中心裂缝受载无限大板示意图

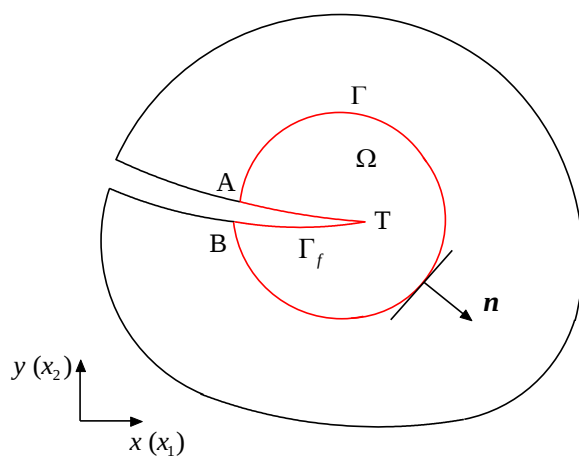


图 3-4  $J$  积分示意图

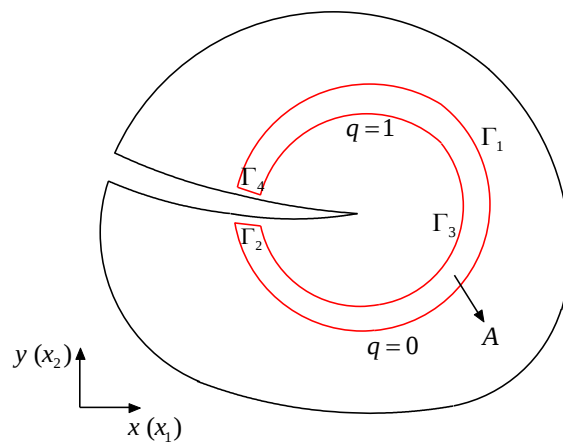


图 3-5  $J$  积分示意图（面积分）

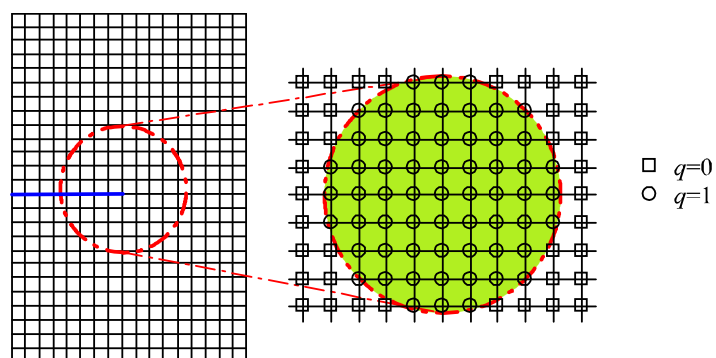


图 3-6 权函数  $q$

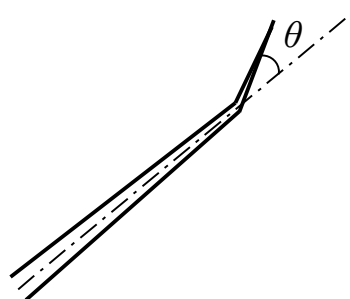


图 3-7 弯折裂缝示意图

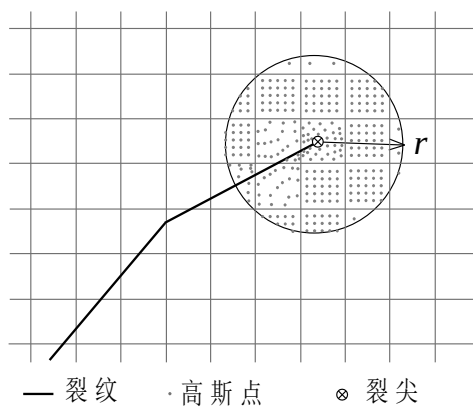


图 3-8 裂尖应力加权示意图

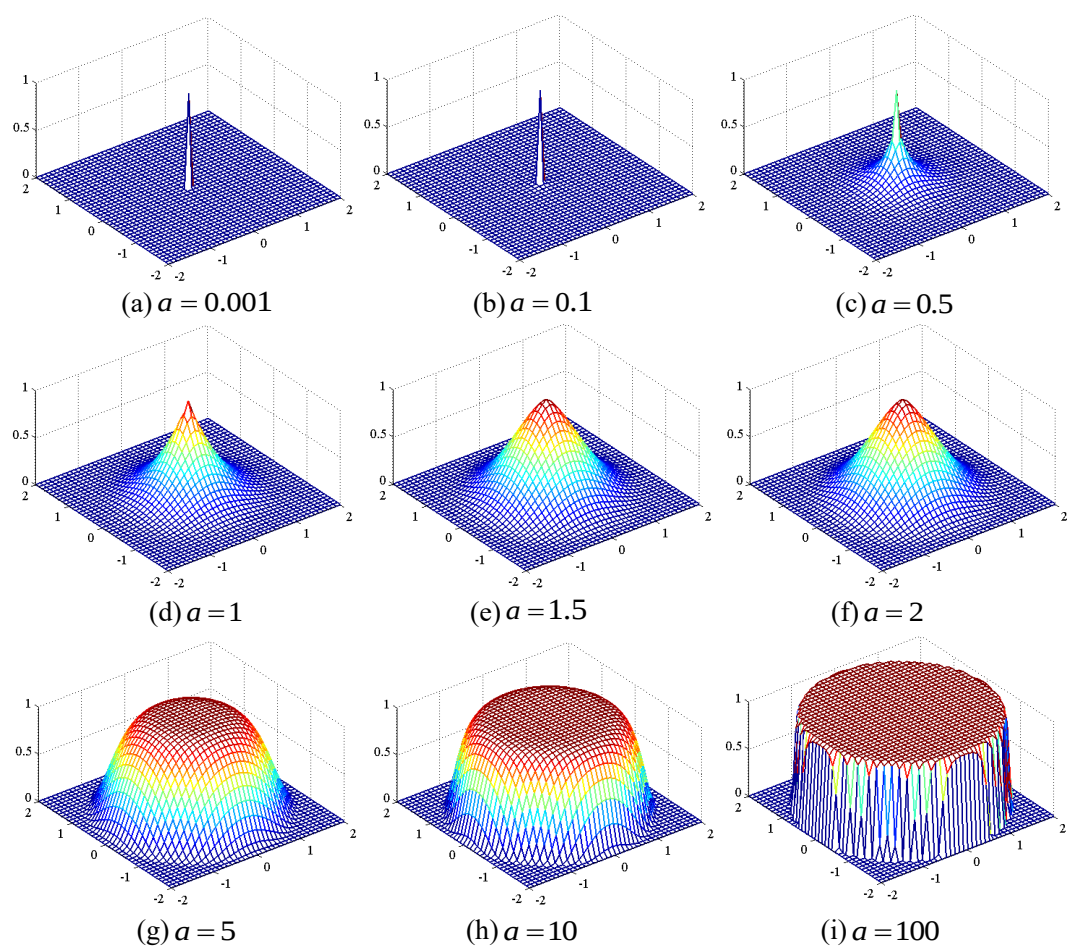


图 3-9 不同  $a$  值对应的高斯权函数

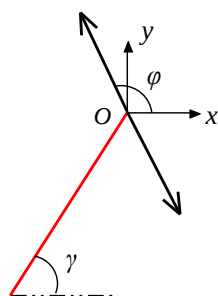
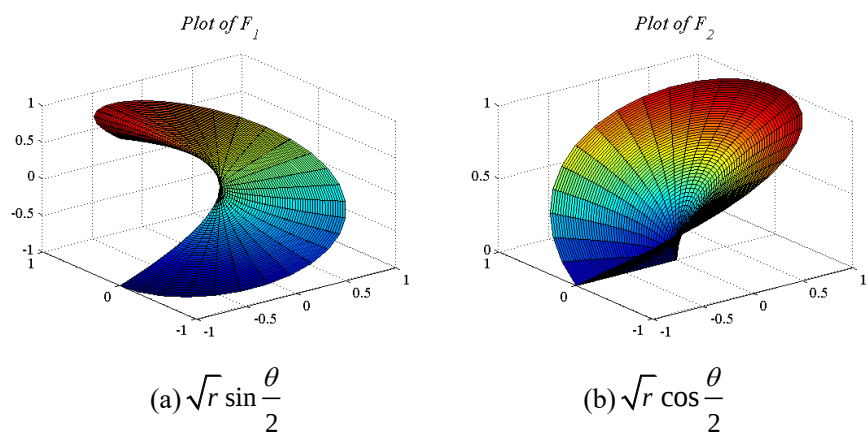


图 3-10 加权平均最大主拉应力准则的裂缝扩展方向



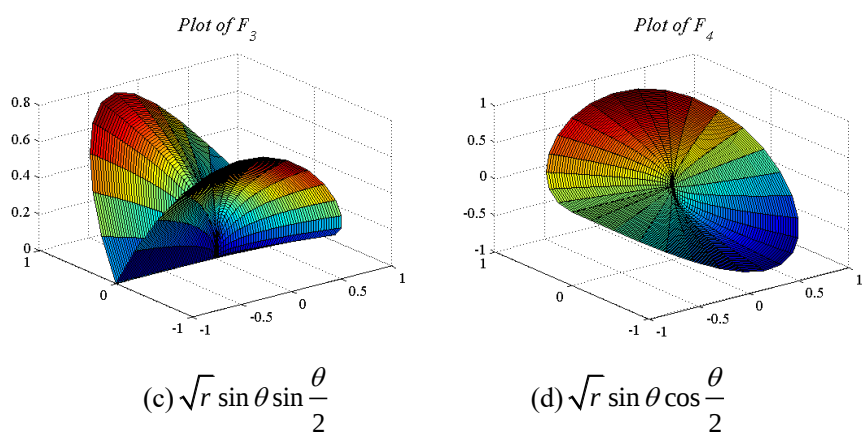


图 3-11 裂尖增强函数图像

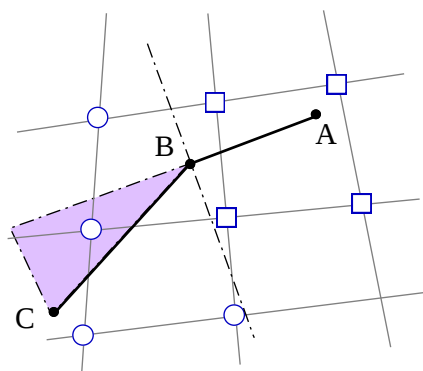


图 3-12 折线裂缝示意图

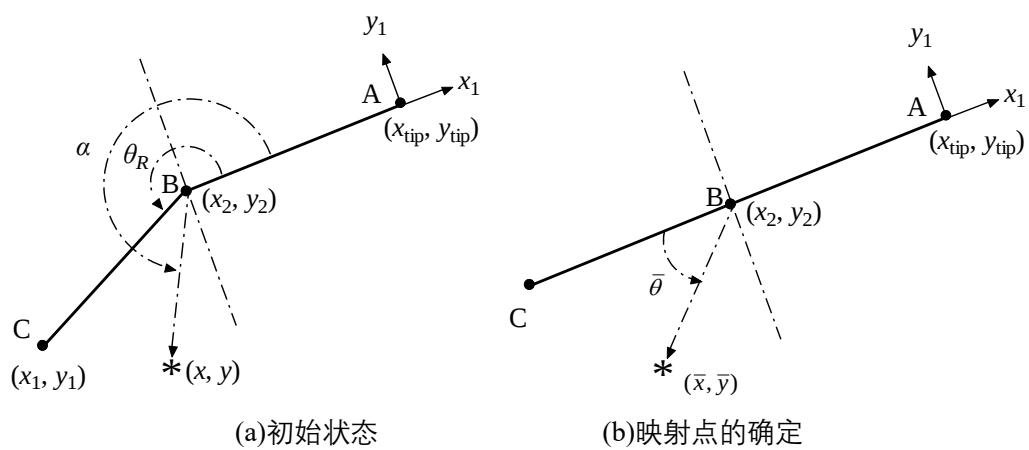


图 3-13 折线裂缝的映射过程

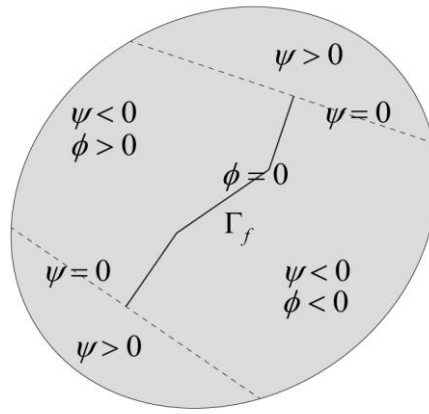


图 3-14 水平集函数示意图

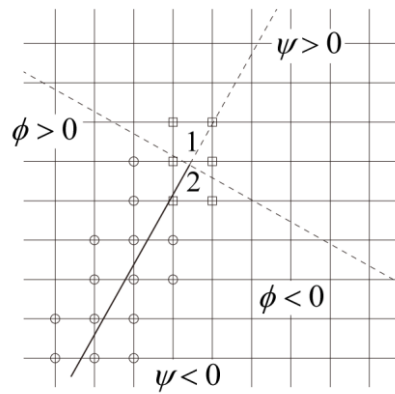


图 3-15 水平集法确定增强节点无效实例

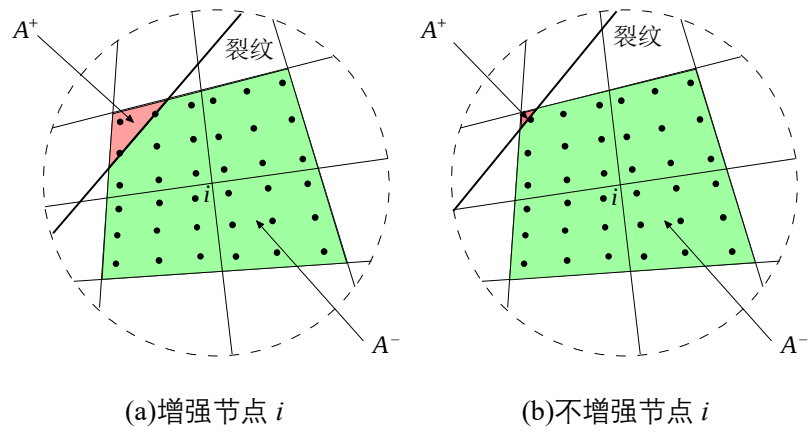


图 3-16 Heaviside 节点增强准则

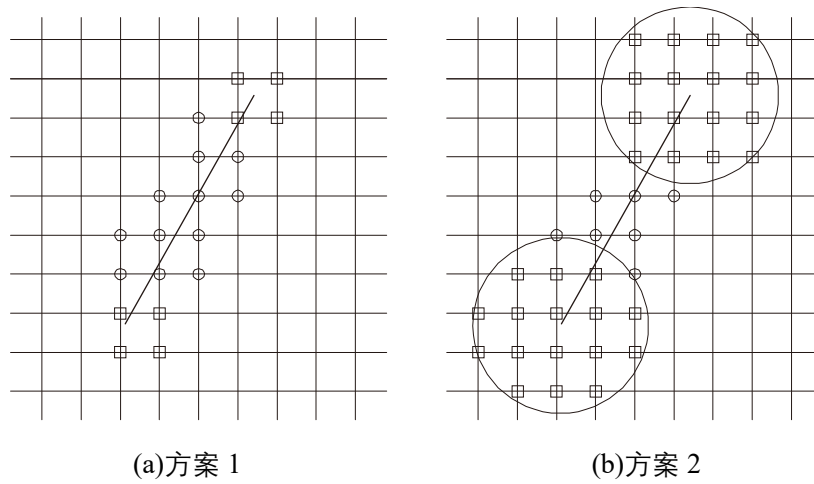


图 3-17 裂尖增强节点选取方案

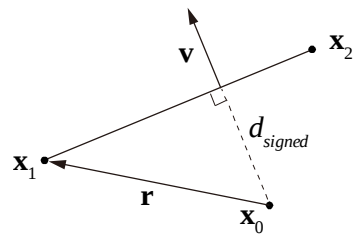


图 3-18 点到线段符号距离的计算

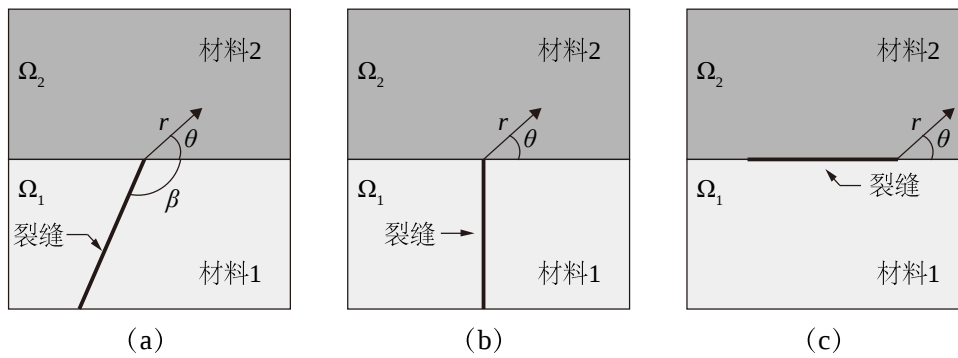
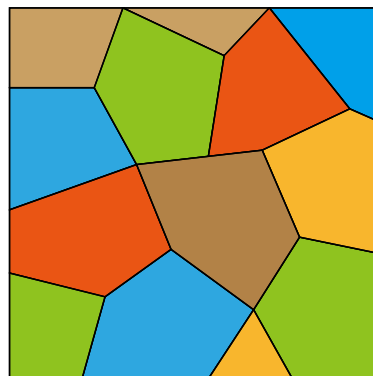


图 3-19 双材料相关裂缝：(a)任意倾角双材料界面裂缝；(b)垂直于双材料界面裂缝；(c)双材料界面裂缝



晶粒  $\Omega_1$

晶粒  $\Omega_2$

晶粒  $\Omega_3$

晶界

13 / 67

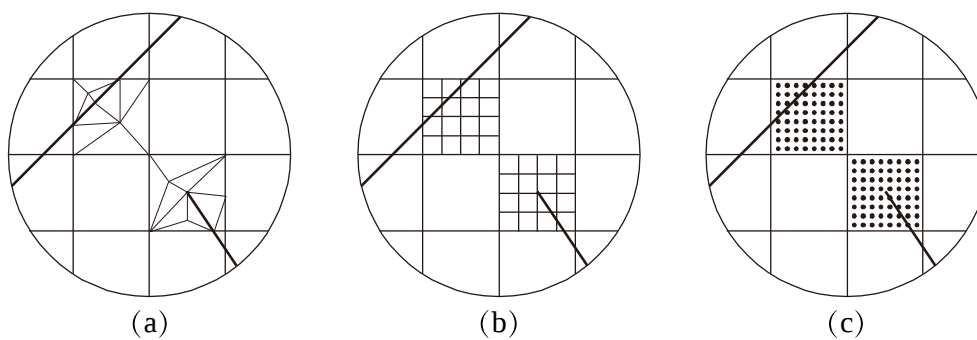


图 3-24 扩展有限元数值积分：(a)子三角形积分方案；(b)子四边形积分方案；(c)普通积分（积分点数目应 $\geq 64$ 个）

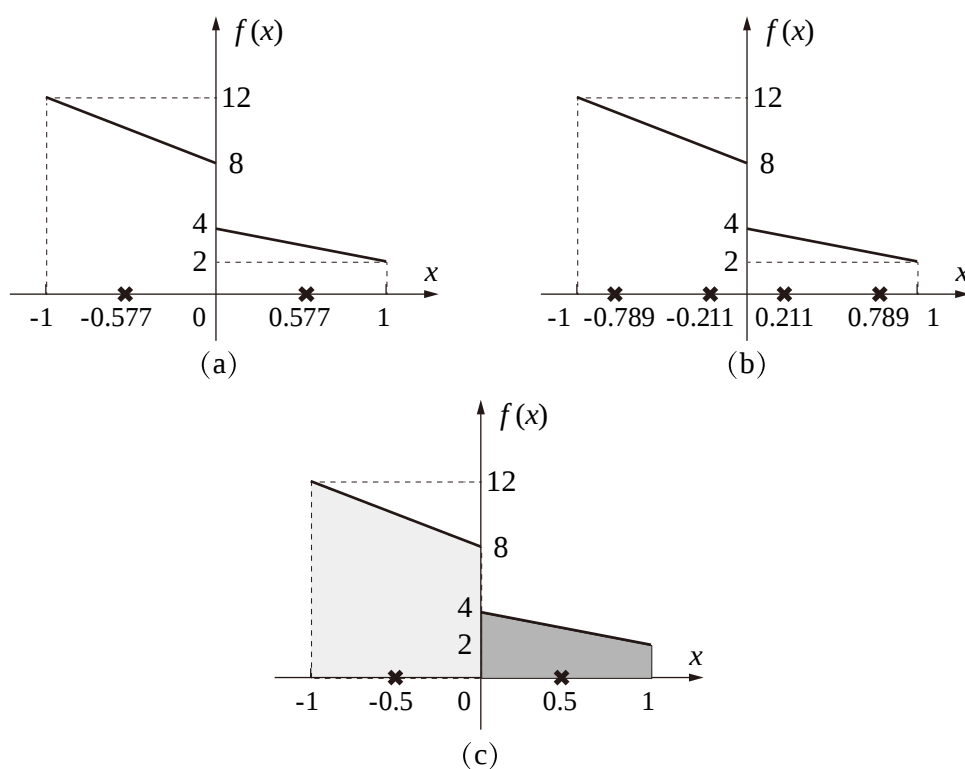


图 3-25 一维分段线性函数的积分方案：(a) 2 点高斯积分；(b) 4 点高斯积分；(c) 分区高斯积分

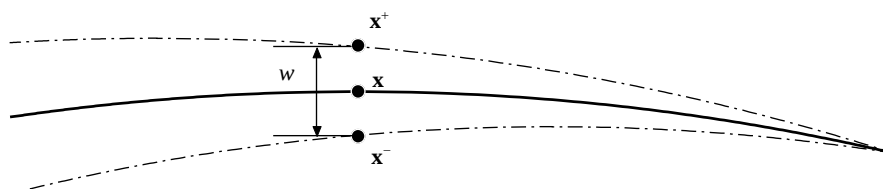


图 3-26 裂隙开度计算（算法一）示意图

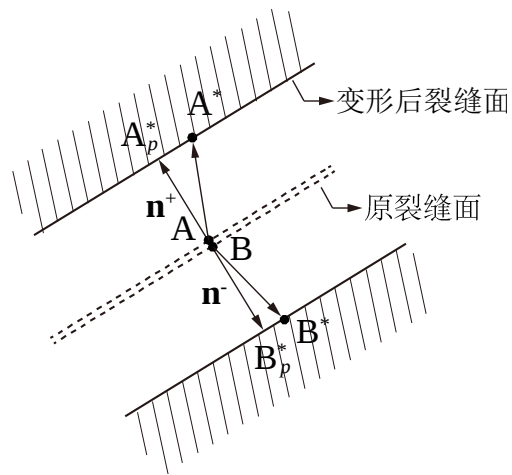


图 3-27 裂隙开度计算（算法二）示意图

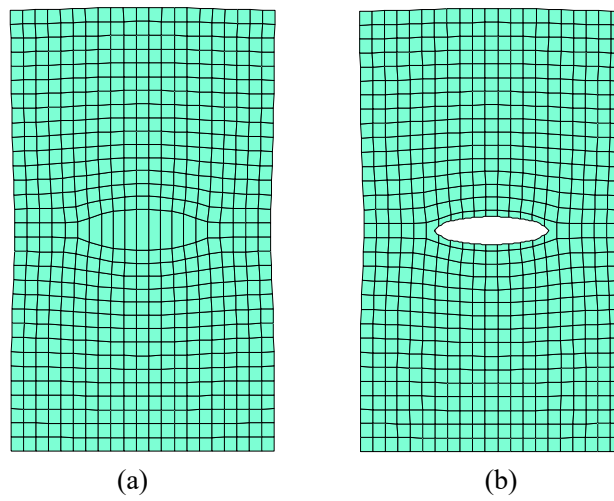


图 3-28 变形后的扩展有限元网格及裂缝：(a) 后处理之前；(b) 后处理之后

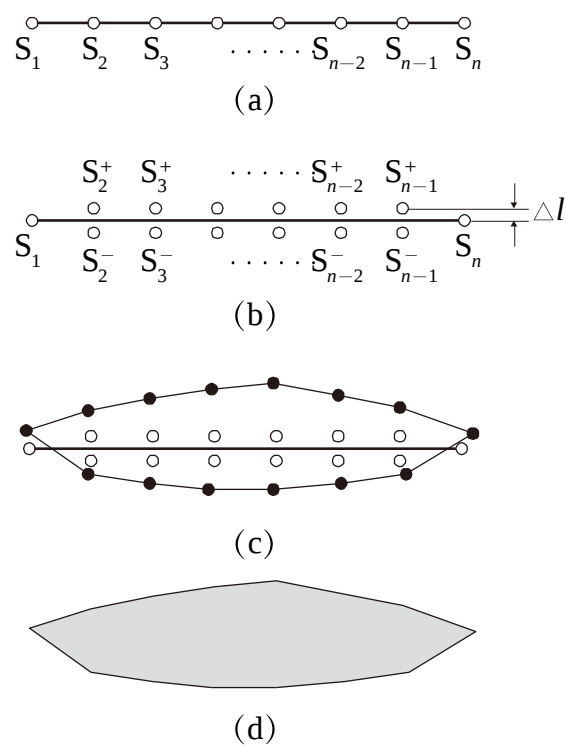


图 3-29 裂缝后处理算法示意图

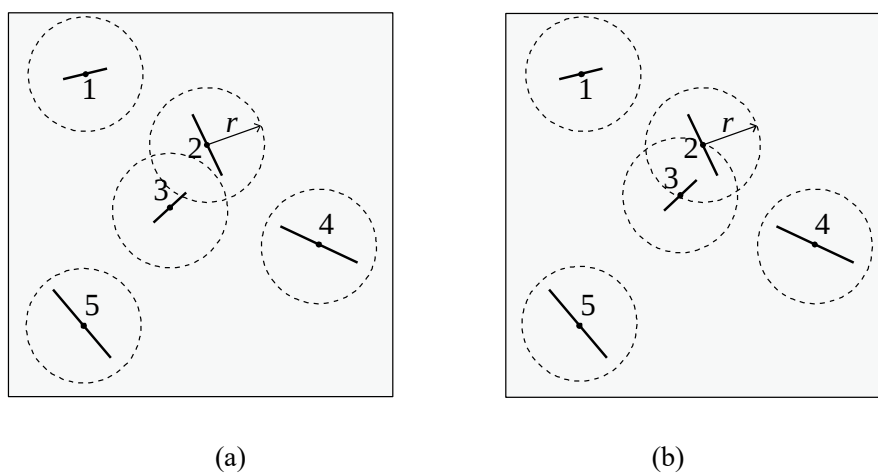
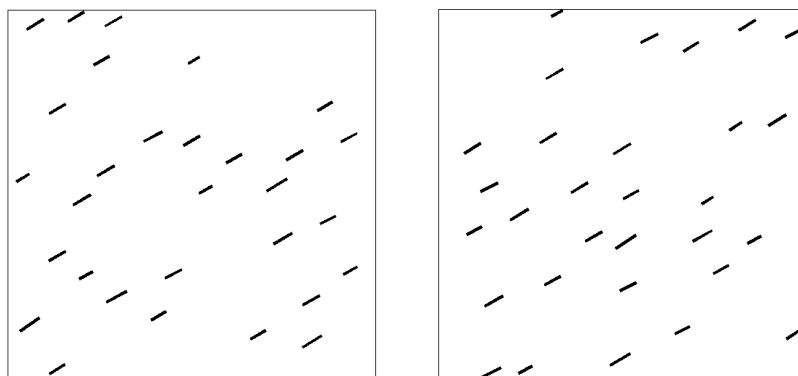


图 3-30 裂缝密度控制参数  $r$



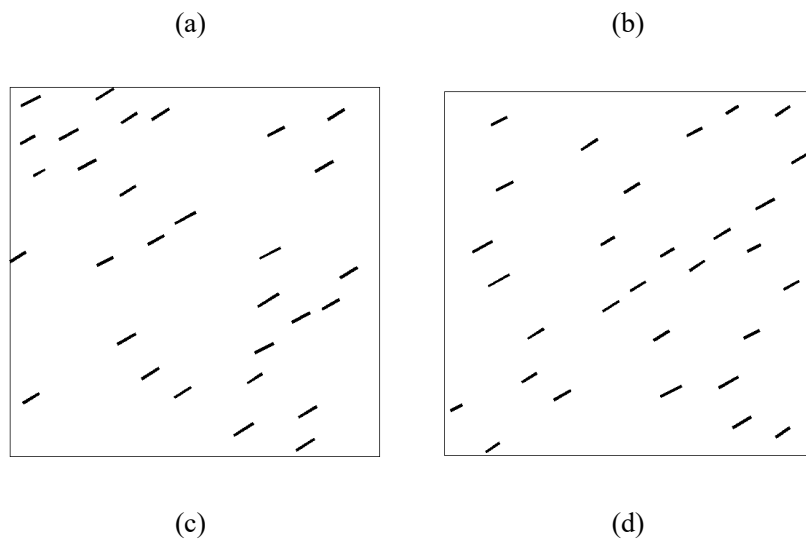


图 3-31 初始裂缝生成实例（随机生成算法二）：(a)种子取为 123455；(b)种子取为 123456；  
(c)种子取为 1234567；(d)种子取为 12345678

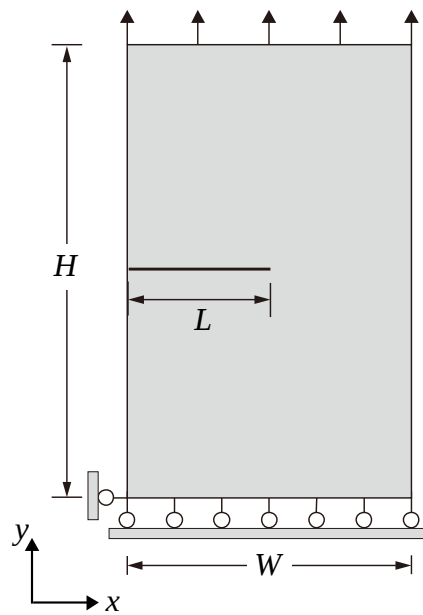


图 3-32 边缘裂缝模型示意图

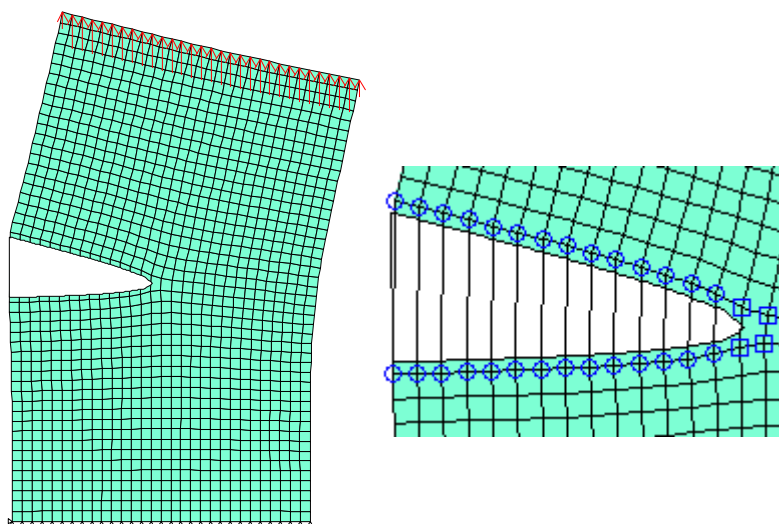


图 3-33 PhiPsi 计算得到的网格变形、裂缝形态（变形放大系数为 50）以及增强节点（右图中的“○”表示 Heaviside 增强节点，“□”表示裂尖增强节点）

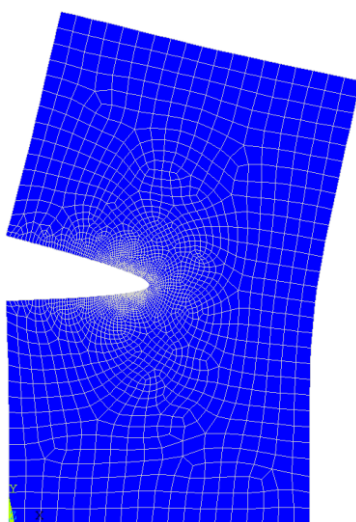


图 3-34 ANSYS 计算得到的网格变形及孔洞形态（变形放大系数为 50）

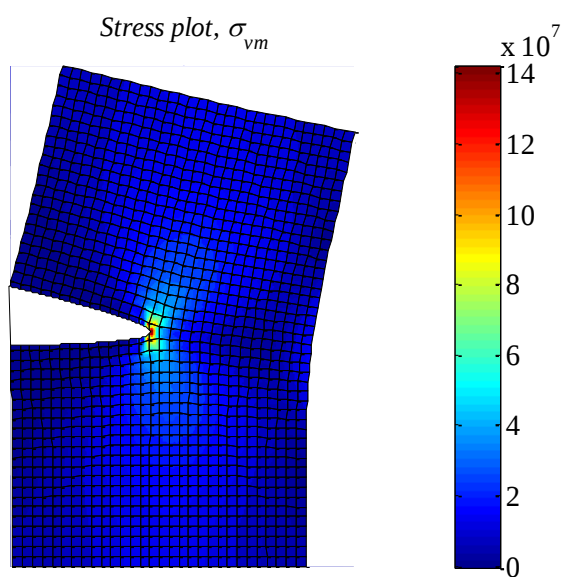


图 3-35 PhiPsi 计算得到的 von Mises 应力云图（变形放大系数为 50）

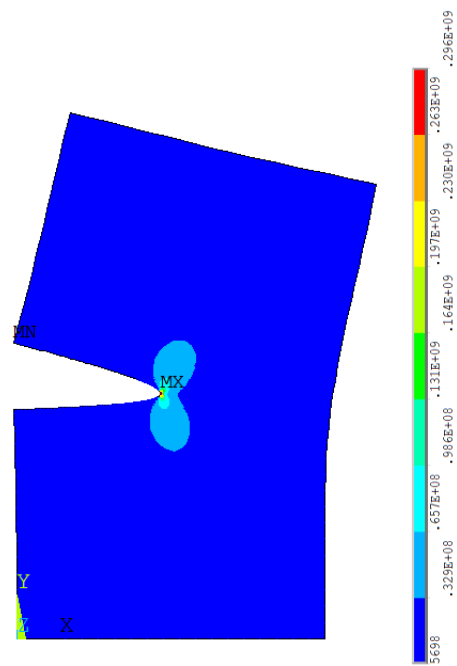


图 3-36 ANSYS 计算得到的 von Mises 应力云图（变形放大系数为 50）

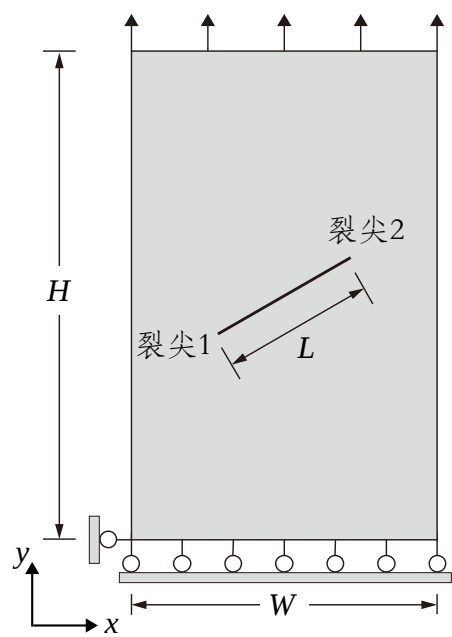


图 3-37 中心裂缝模型示意图

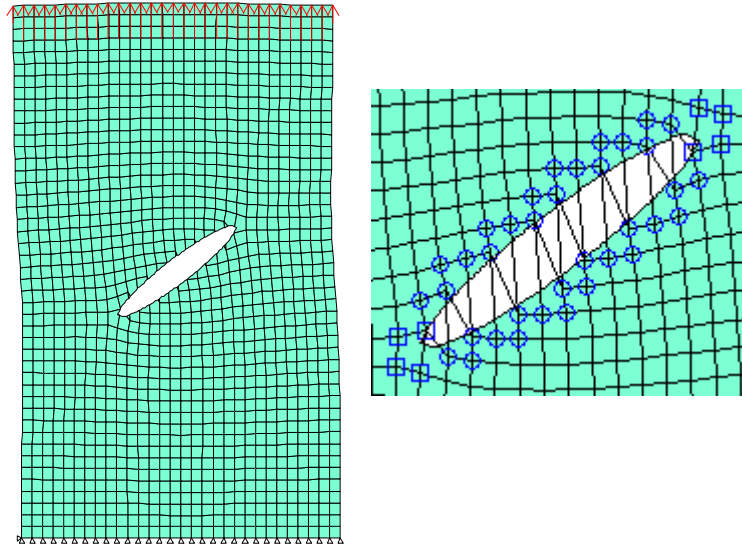


图 3-38 PhiPsi 计算得到的网格变形、裂缝形态（变形放大系数为 200）以及增强节点（右图中的“○”表示 Heaviside 增强节点，“□”表示裂尖增强节点）

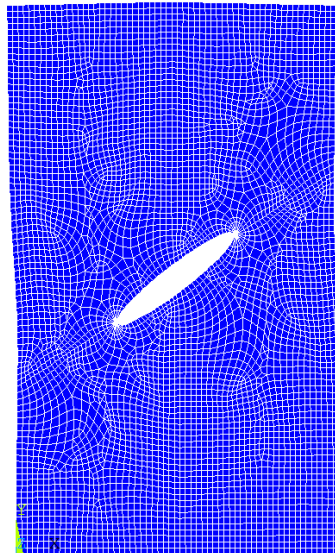


图 3-39 ANSYS 计算得到的网格变形及孔洞形态（变形放大系数为 200）

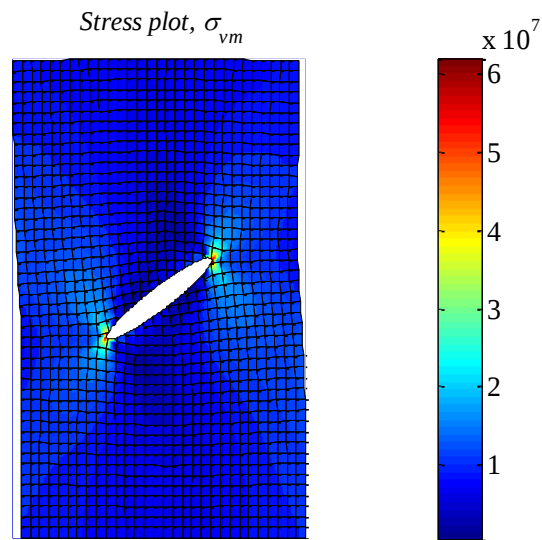


图 3-40 PhiPsi 计算得到的 von Mises 应力云图（变形放大系数为 200）

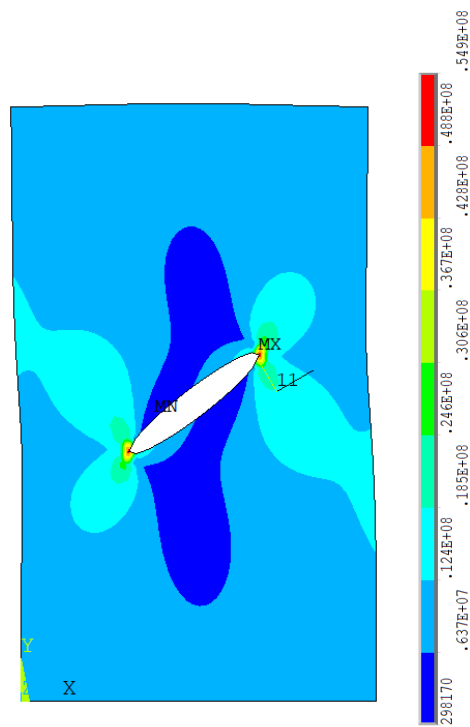


图 3-41 ANSYS 计算得到的 von Mises 应力云图（变形放大系数为 200）

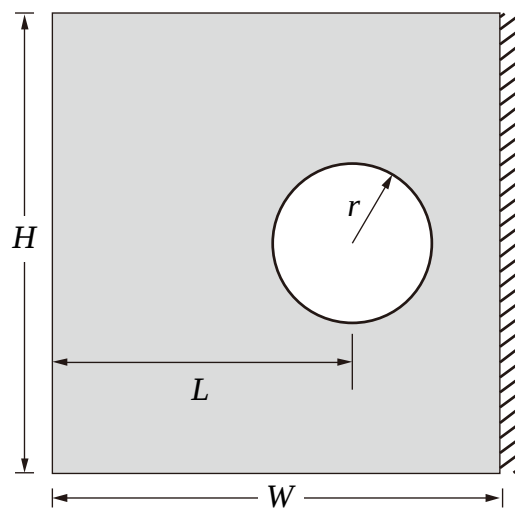


图 3-42 孔洞模型示意图

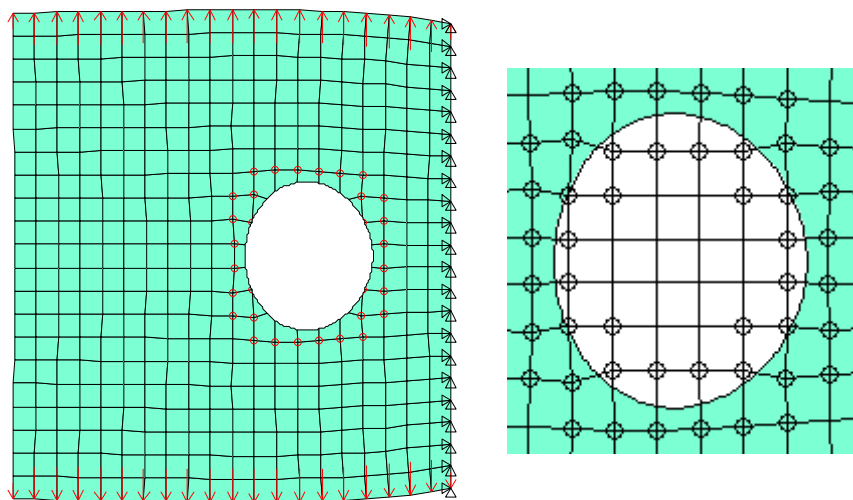


图 3-43  $\Phi\Psi$  计算得到的网格变形及孔洞形态（变形放大系数为 100）以及增强节点（右图中的“○”表示增强节点）

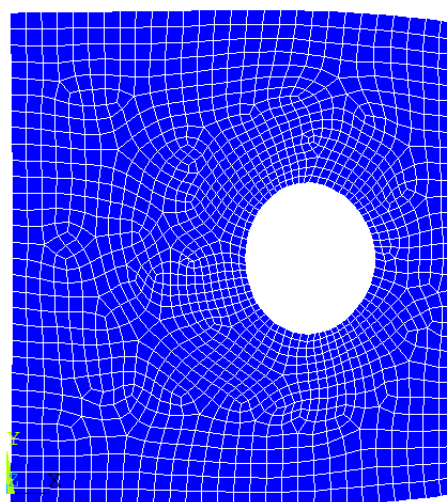


图 3-44 ANSYS 计算得到的网格变形及孔洞形态（变形放大系数为 100）

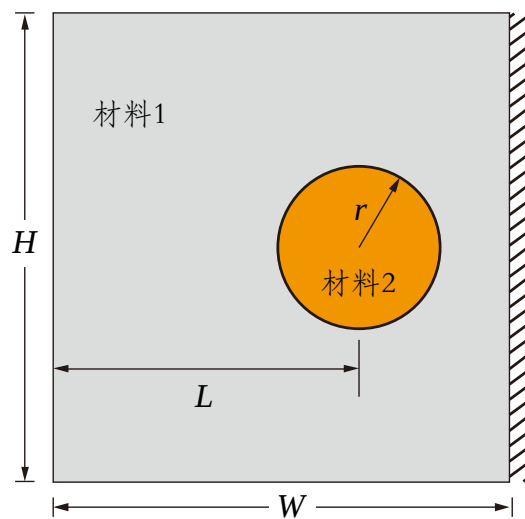


图 3-45 夹杂模型示意图

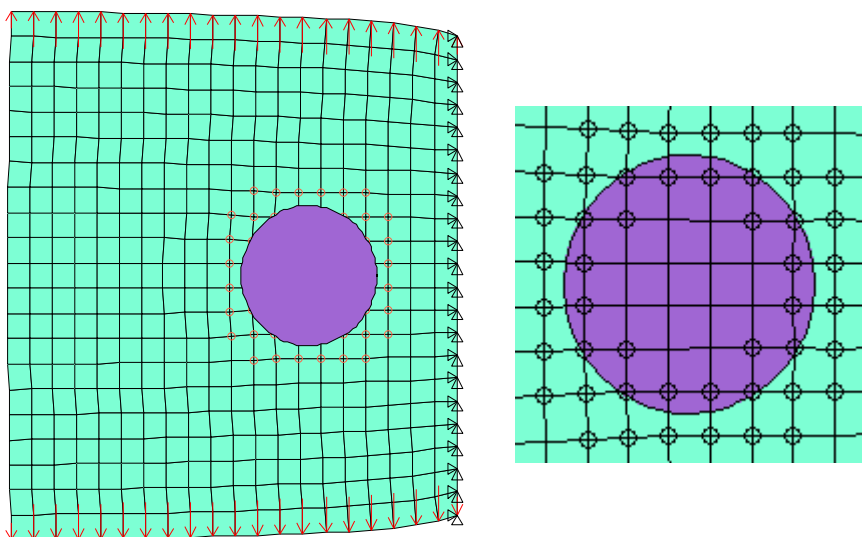


图 3-46  $\Phi\Psi$  计算得到的网格变形、夹杂形态（变形放大系数为 100）以及增强节点（右图中的“O”表示增强节点）

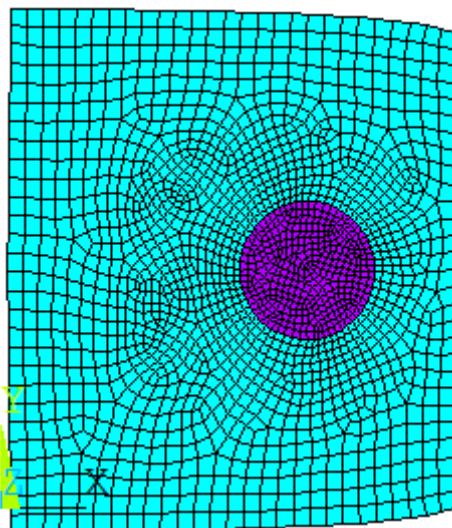


图 3-47 ANSYS 计算得到的网格变形及夹杂形态（变形放大系数为 100）

## 第 4 章

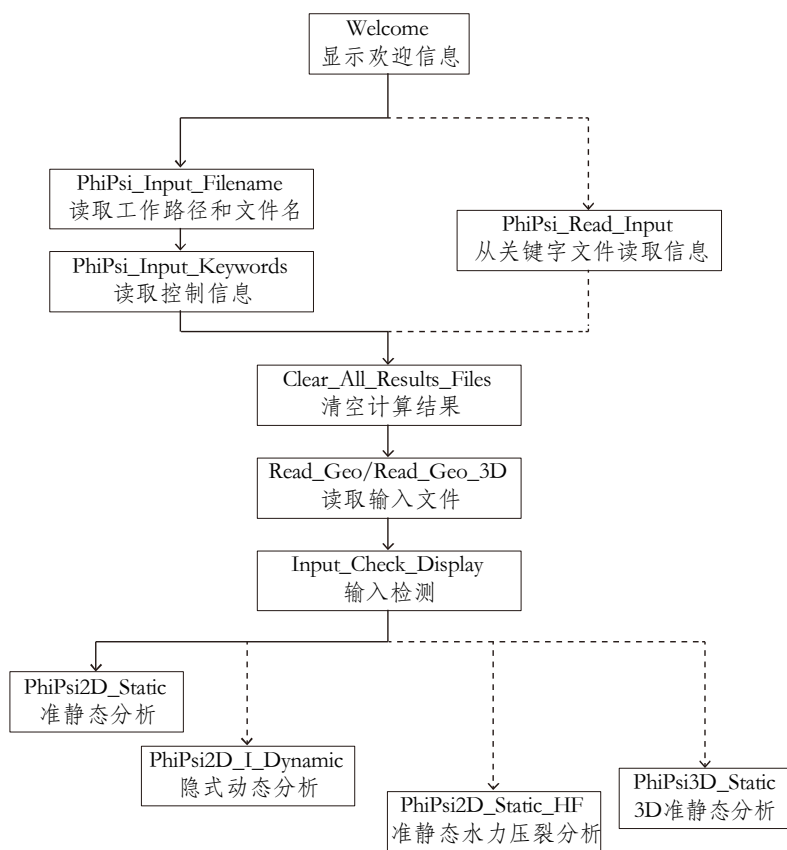


图 4-1 PhiPsi 主程序（*PhiPsi.f*）结构示意图（注：图中的虚线表示除了实线所示执行路径外的其他可能路径，具体执行路径取决于关键字\**Key\_Analysis\_Type* 和\**Key\_Dimension*）

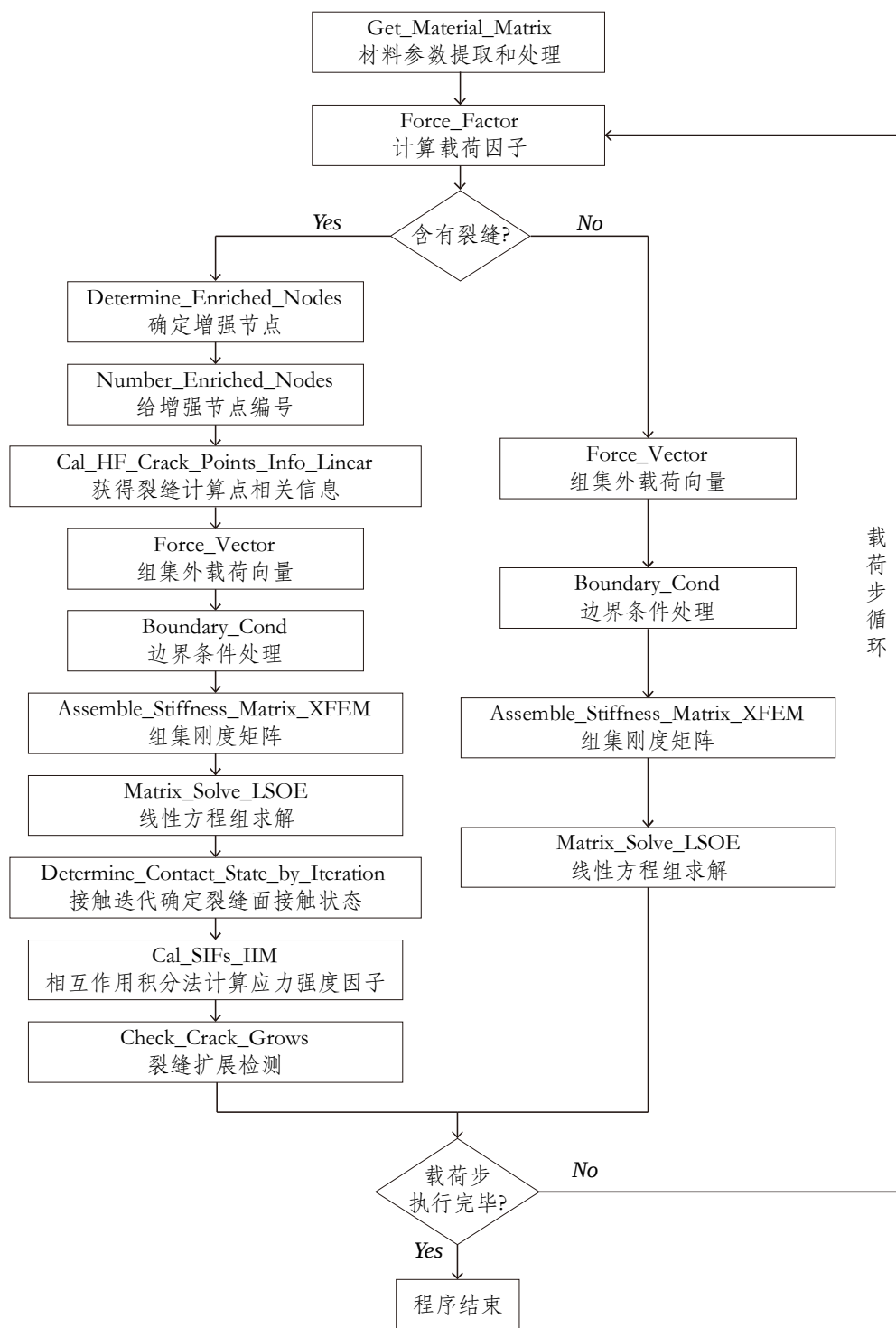


图 4-2 PhiPsi 准静态分析程序 (*PhiPsi2D\_Static.f*) 流程图 (注: ①程序中的应力计算、数据保存等相关子程序未列出; ②关于 *Determine\_Contact\_State\_by\_Iteration*, 详见 6.3 节中的图 6-8)

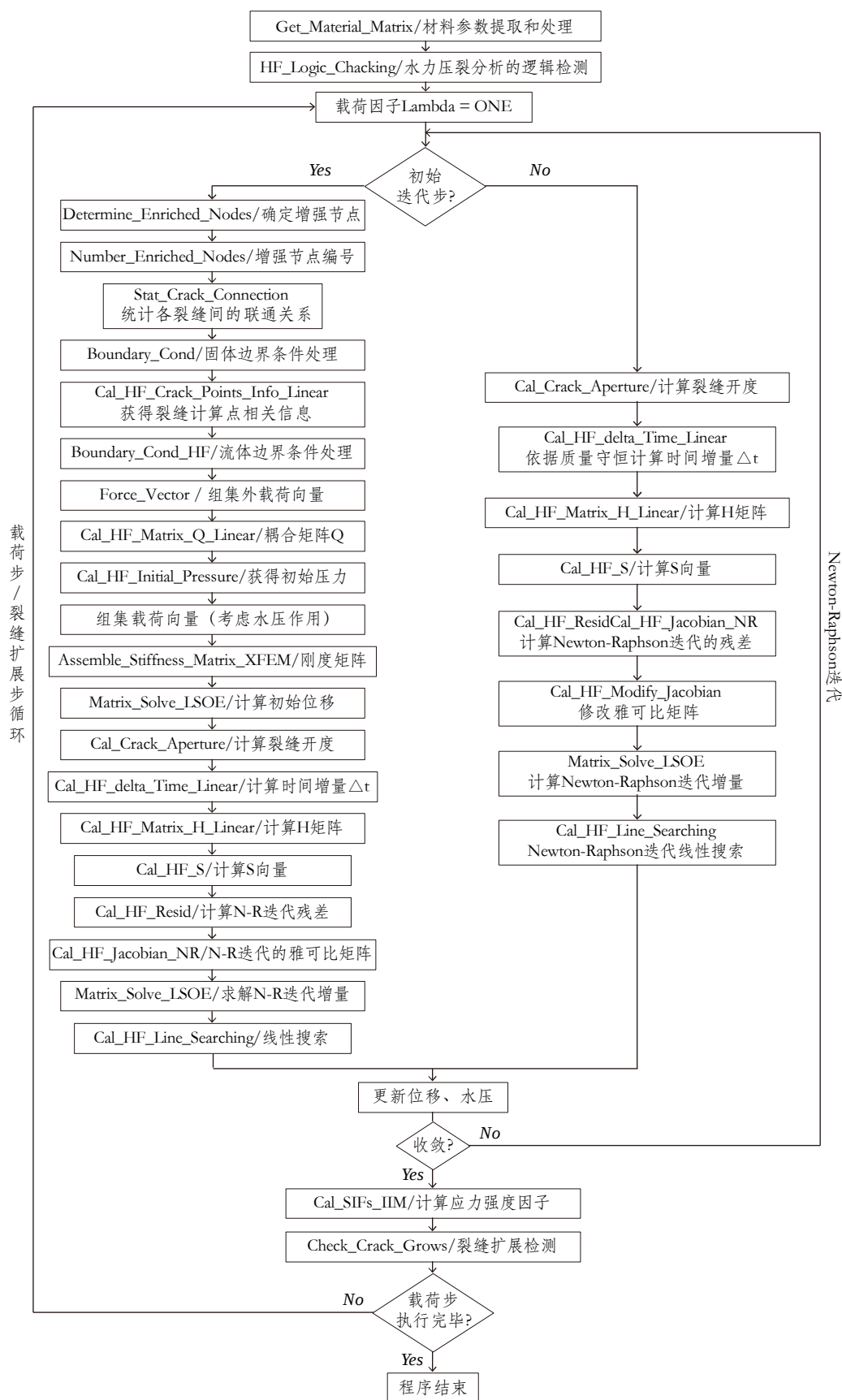


图 4-3 PhiPsi 水力压裂分析程序 (PhiPsi2D\_Static\_HF.f) 流程图 (注：程序中的应力计算、数据保存等过程未列出)

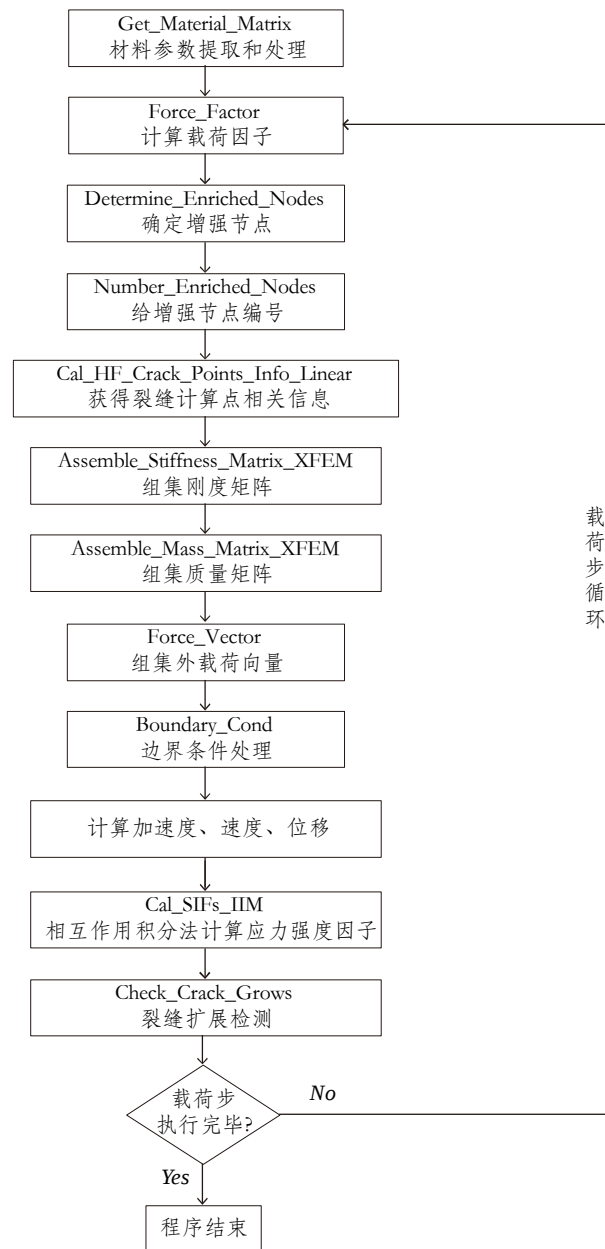


图 4-4 PhiPsi 隐式动态分析程序 (*PhiPsi2D\_I\_Dynamic.f*) 流程图 (注: ①该流程图对应于存在裂缝、夹杂、孔洞等强弱间断的情形, 若不存在强弱间断, 则程序结构更加简单, 具体见源码中的 if 分支语句; ②程序中的应力计算、数据保存等过程未列出)

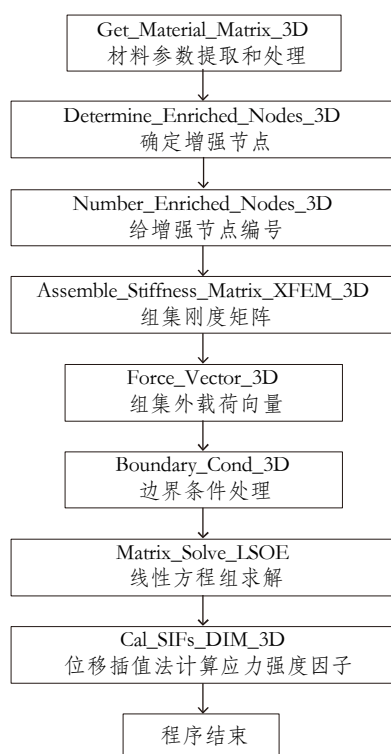


图 4-5 PhiPsi 三维准静态分析程序 (*PhiPsi3D\_Static*) 流程图 (注：①该流程图对应于存在裂缝的情形；②程序中的应力计算、数据保存等过程未列出；③对于三维问题，PhiPsi 程序暂不支持裂缝扩展模拟)

## 第 5 章

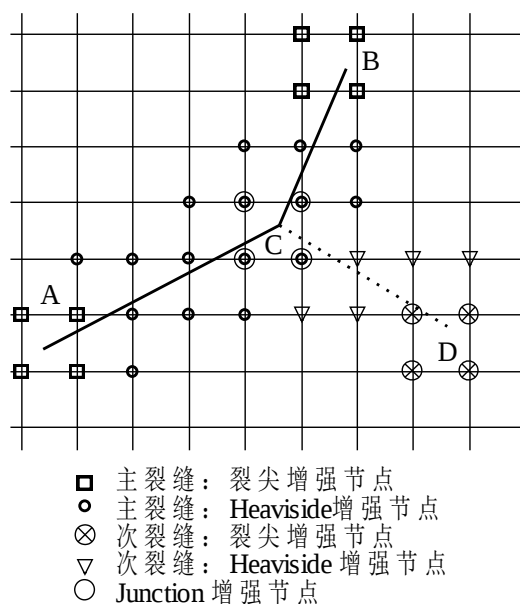


图 5-1 T 型交汇裂缝节点增强示意图

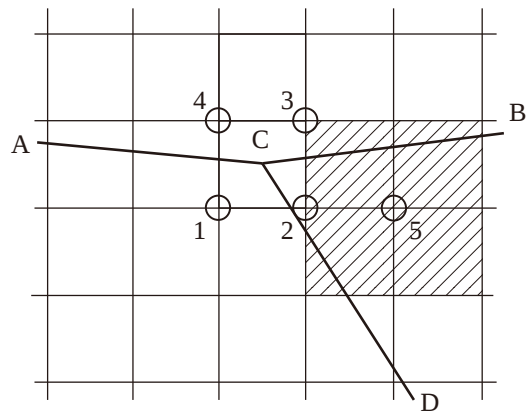


图 5-2 Junction 增强节点示意图

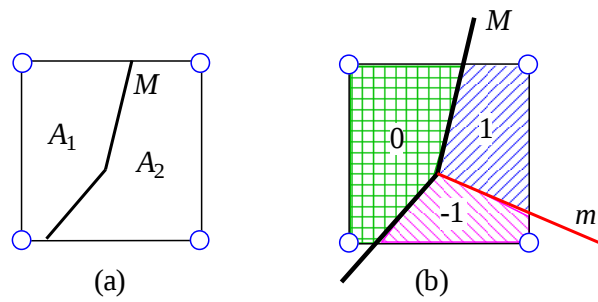


图 5-3 Junction 增强函数示意图

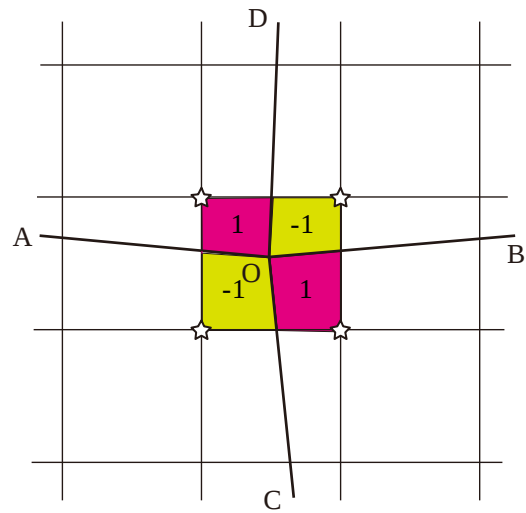


图 5-4 十字型交叉裂缝错误的节点增强方案

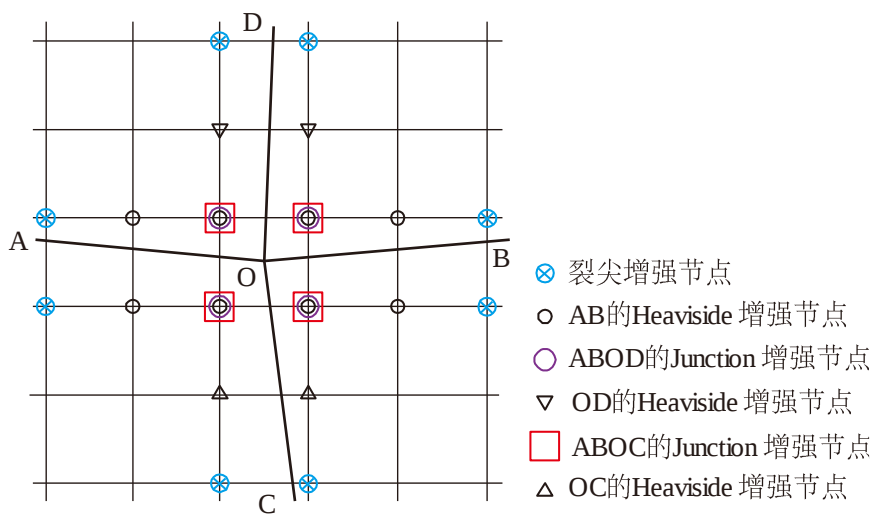


图 5-5 十字型交叉裂缝节点增强方案

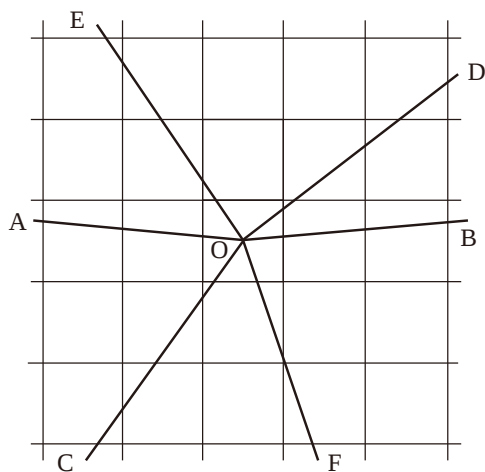
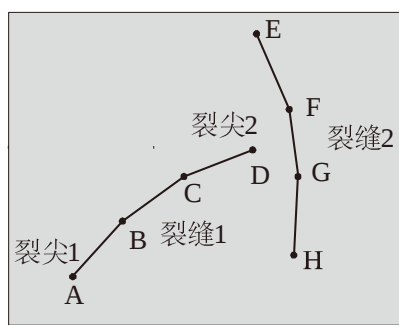
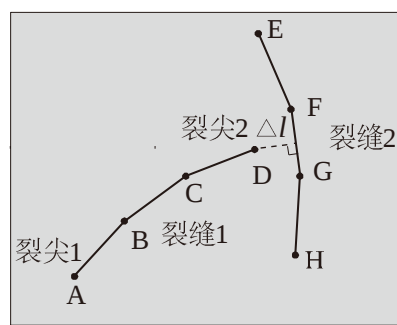


图 5-6 雪花型交叉裂缝节点增强方案



(a)



(b)

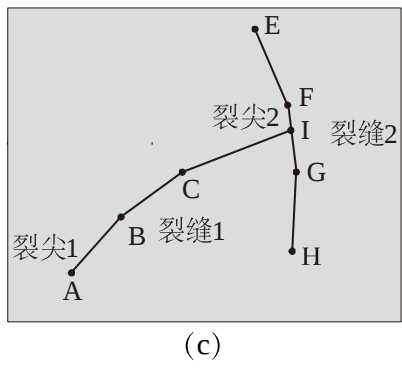


图 5-7 交汇裂缝检测算法

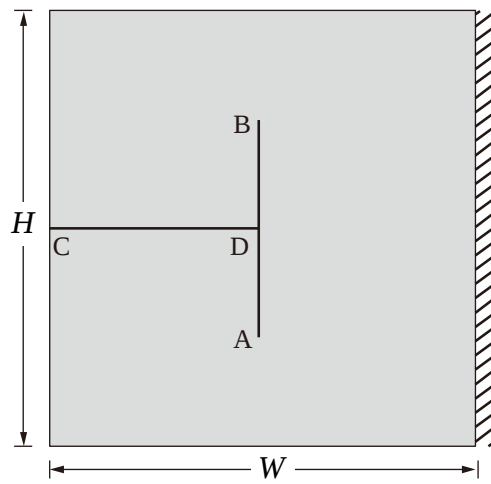


图 5-8 T 型交叉裂缝模型示意图

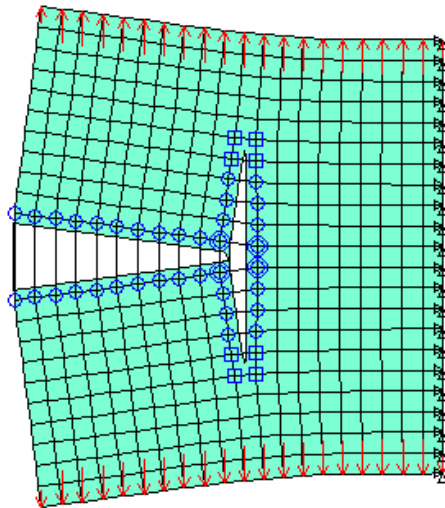


图 5-9 PhiPsi 计算得到的网格变形及裂缝形态（变形放大系数为 10）

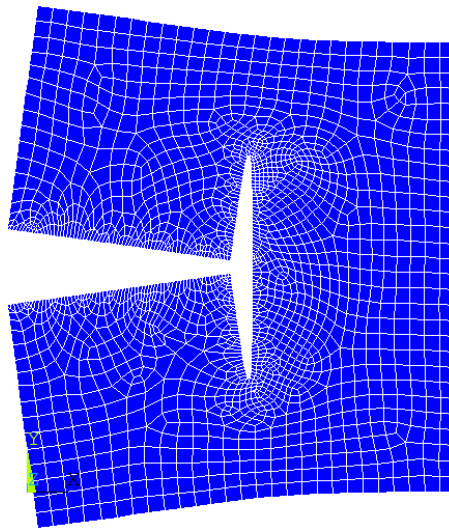


图 5-10 ANSYS 计算得到的网格变形及裂缝形态（变形放大系数为 10）

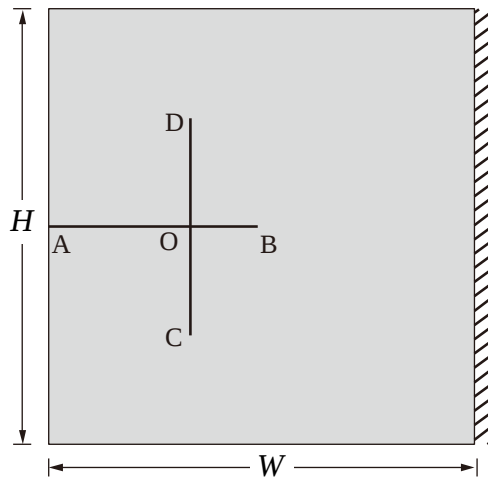


图 5-11 十字型交叉裂缝模型示意图

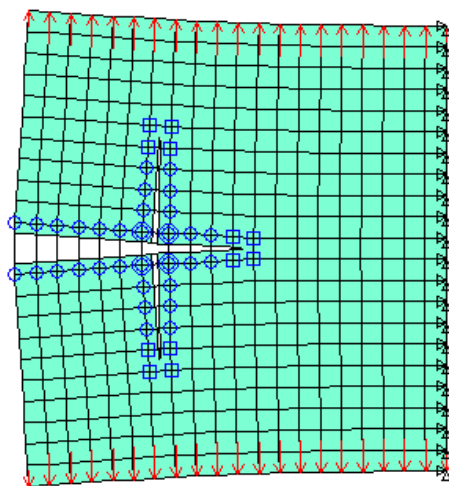


图 5-12 PhiPsi 计算得到的网格变形及裂缝形态（变形放大系数为 10）

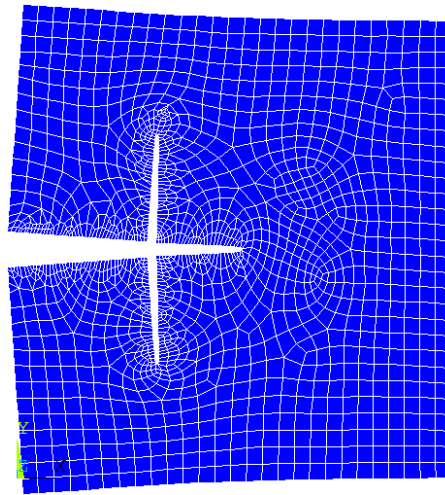


图 5-13 ANSYS 计算得到的网格变形及裂缝形态（变形放大系数为 10）

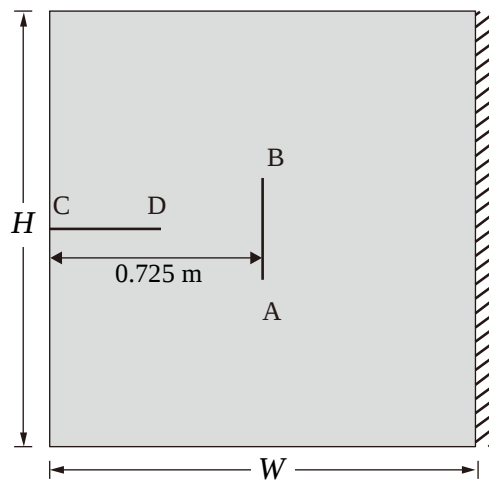
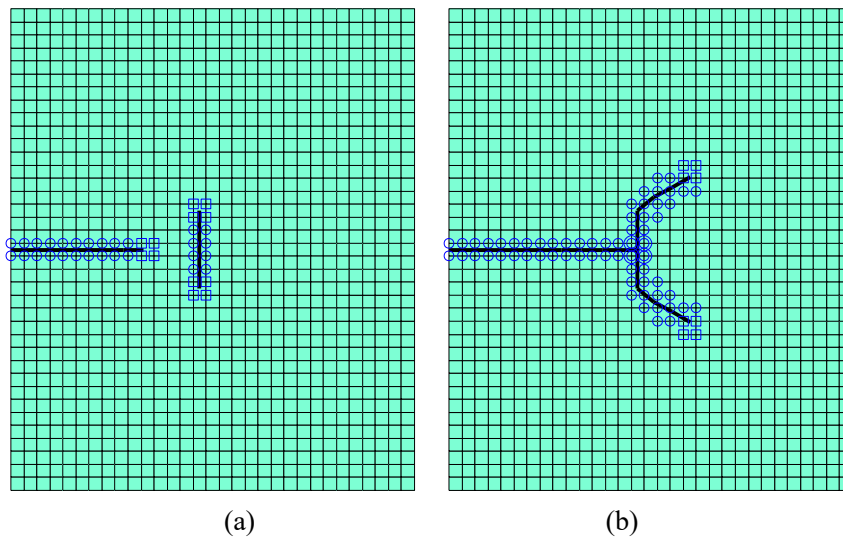


图 5-14 T 型扩展交叉算例模型示意图



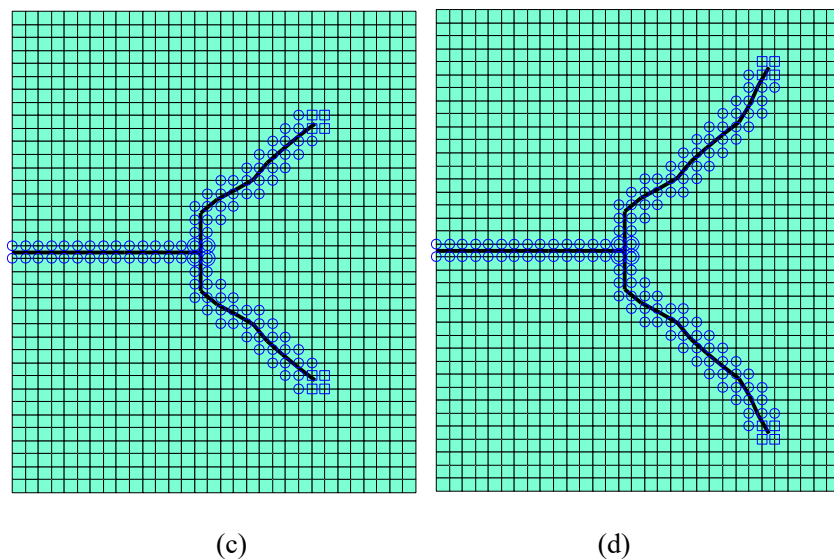


图 5-15 PhiPsi 计算得到的不同载荷步裂缝扩展路径及增强节点 (□: 裂尖增强节点; ○: Heaviside 增强节点; ○: Junction 增强节点): (a)第 3 步; (b)第 8 步; (c)第 12 步; (d)第 15 步

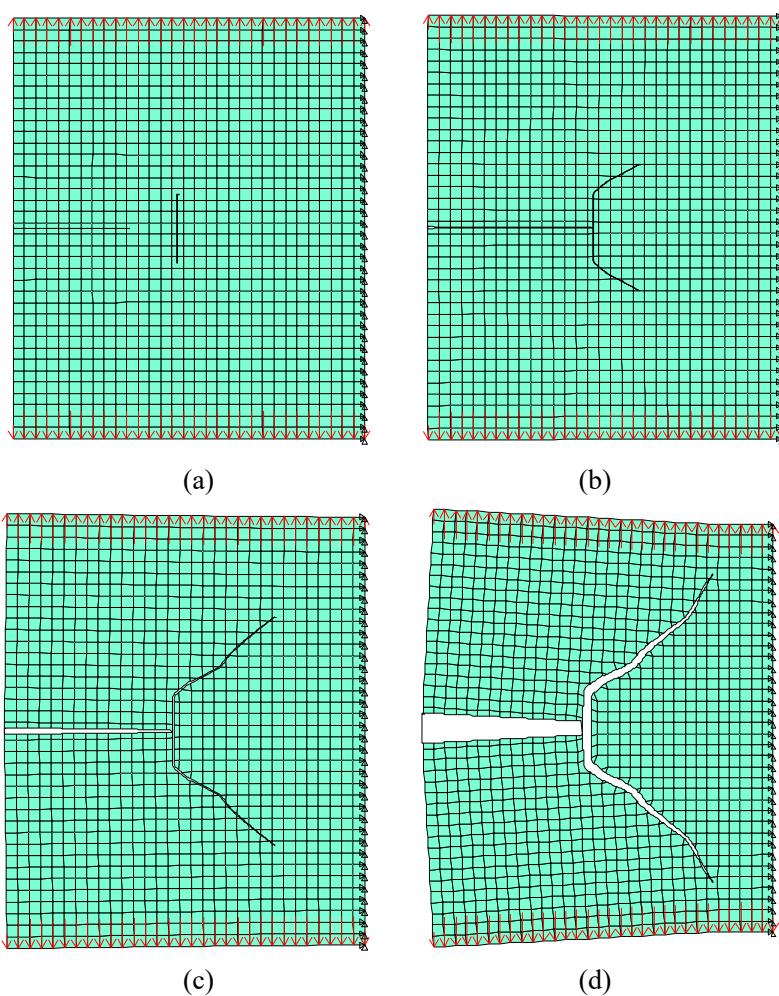


图 5-16 PhiPsi 计算得到的不同载荷步网格变形及裂缝形态 (变形放大系数为 50): (a)第 3 步; (b)第 8 步; (c)第 12 步; (d)第 15 步

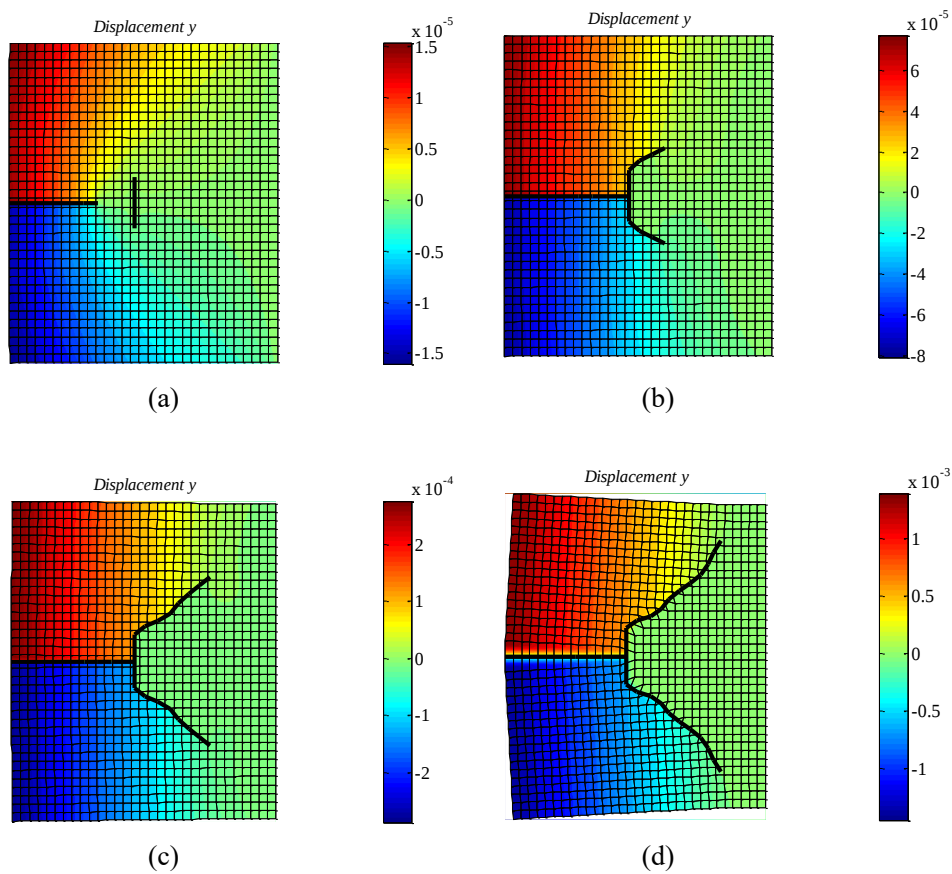
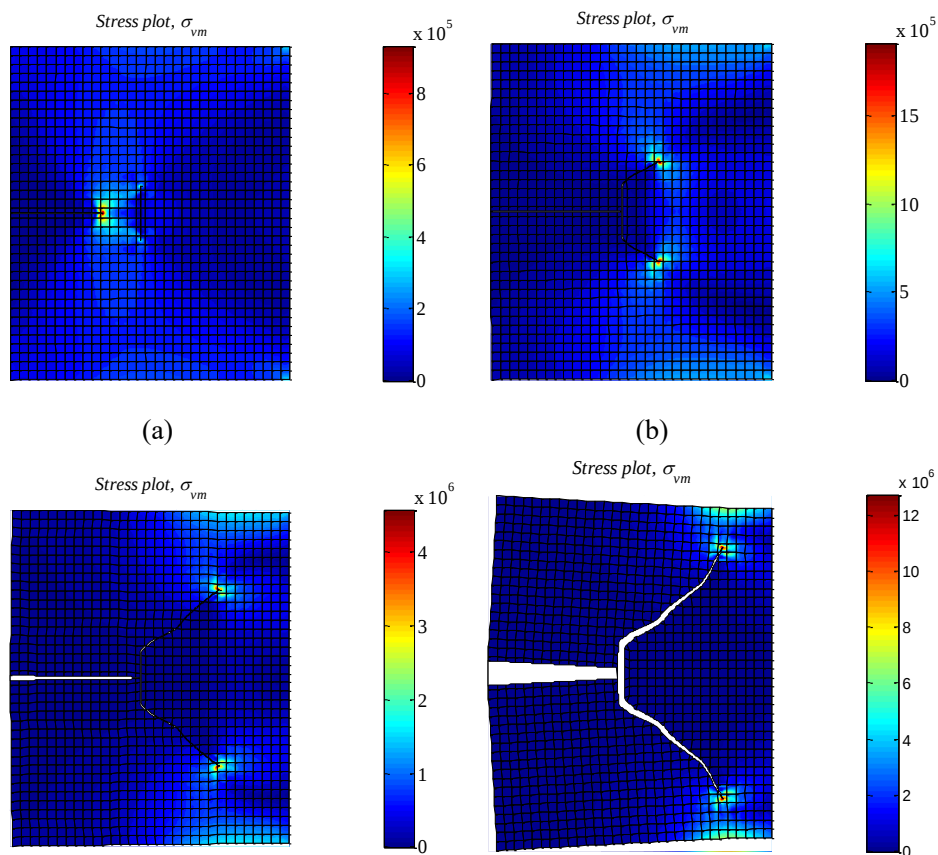


图 5-17 PhiPsi 计算得到的不同载荷步  $y$  方向位移云图（变形放大系数为 50，后处理未显示真实裂缝）：(a)第 3 步；(b)第 8 步；(c)第 12 步；(d)第 15 步



(d)

(d)

图 5-18 PhiPsi 计算得到的不同载荷步 von Mises 应力云图（变形放大系数为 50，后处理显示真实变形裂缝）：(a)第 3 步；(b)第 8 步；(c)第 12 步；(d)第 15 步

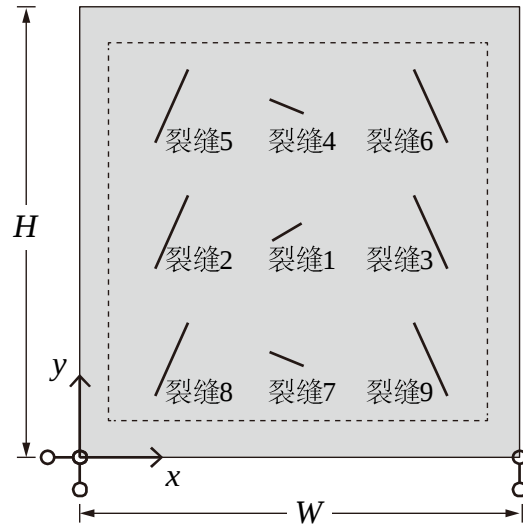


图 5-19 多裂缝扩展交汇算例模型示意图（图中虚线表示破裂区）

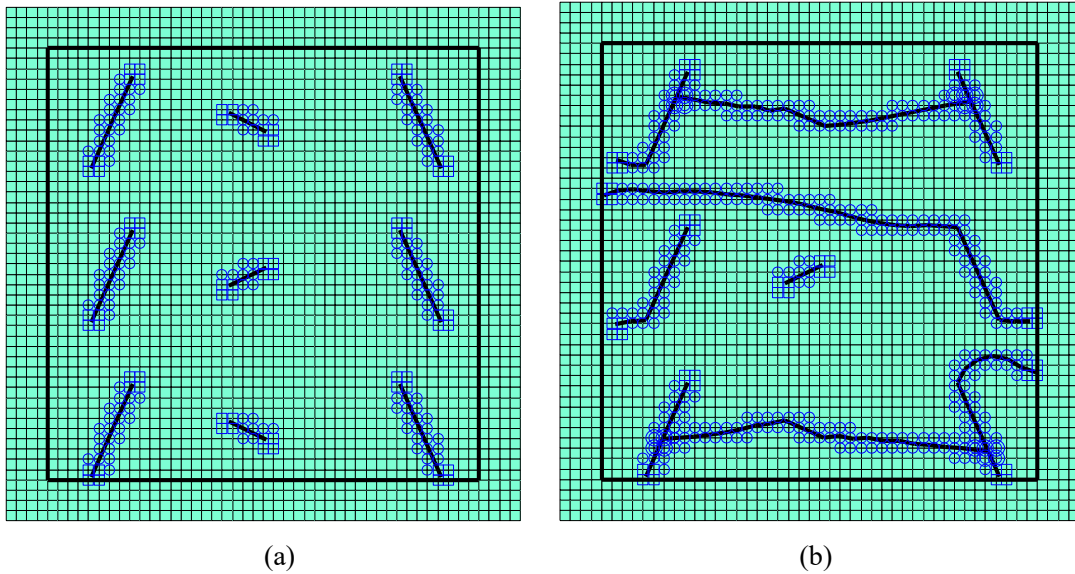
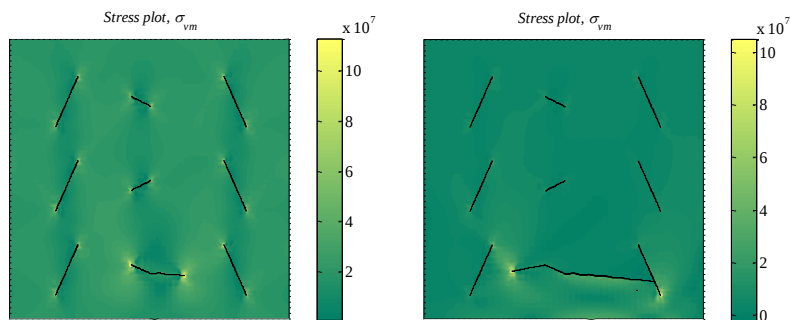


图 5-20 PhiPsi 计算得到的不同载荷步裂缝路径及增强节点（□：裂尖增强节点；○：Heaviside 增强节点；○：Junction 增强节点，图中黑色粗实线表示破裂区）：(a)第 1 步；(b)第 75 步



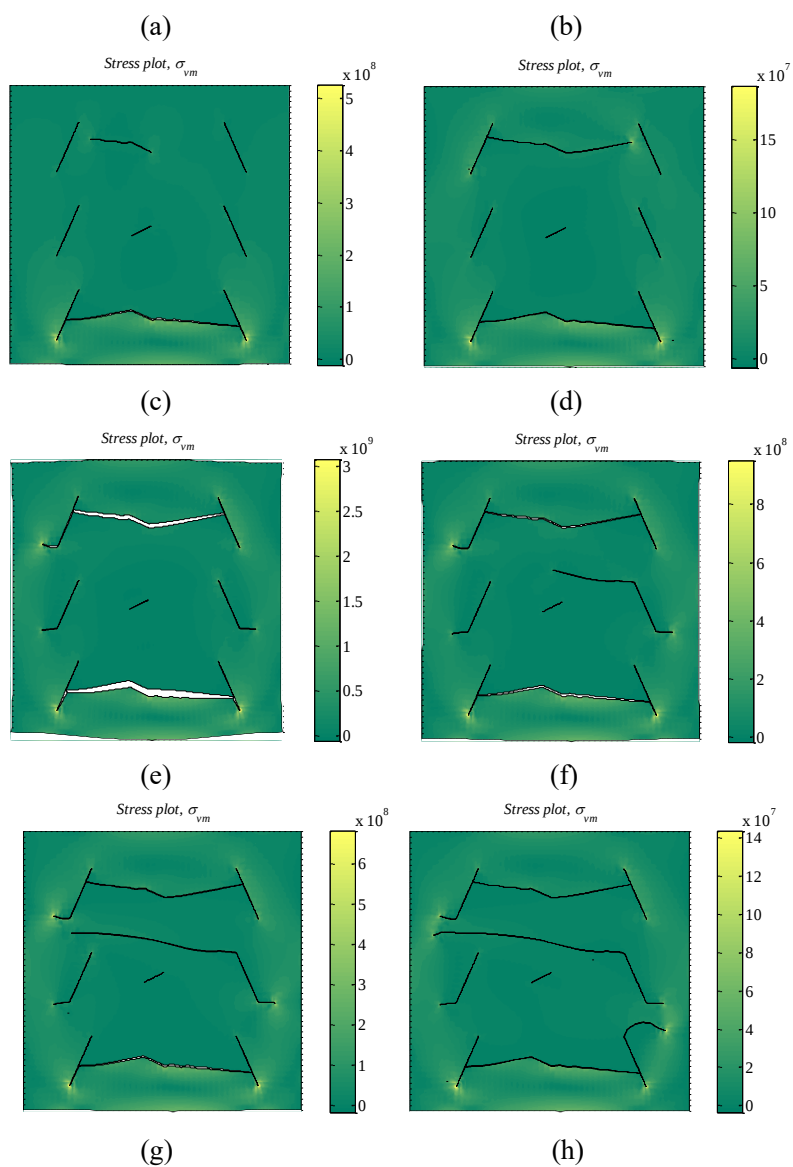


图 5-21 PhiPsi 计算得到的不同载荷步 von Mises 应力云图（变形放大系数为 1）：(a)第 5 步；(b)第 15 步；(c)第 25 步；(d)第 35 步；(e)第 45 步；(f)第 55 步；(g)第 65 步；(h)第 75 步

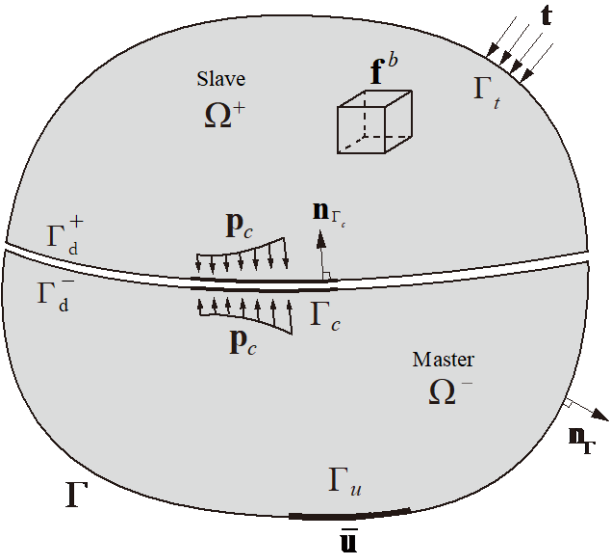


图 6-1 摩擦接触裂缝问题描述示意图

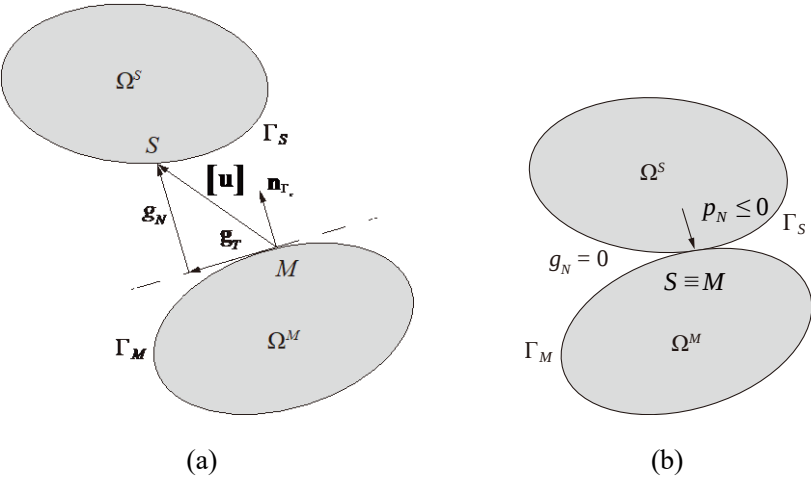


图 6-2 接触问题的理论模型示意图：(a) 法向和切向相对位移；(b) 接触条件

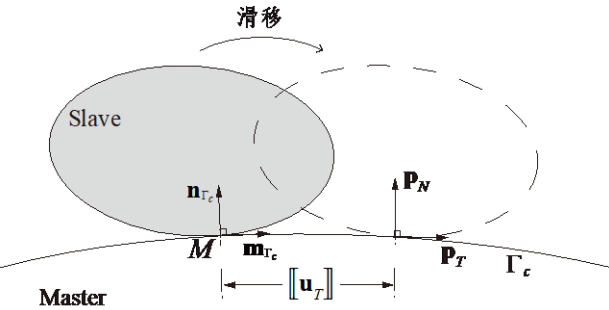


图 6-3 裂缝面滑移示意图

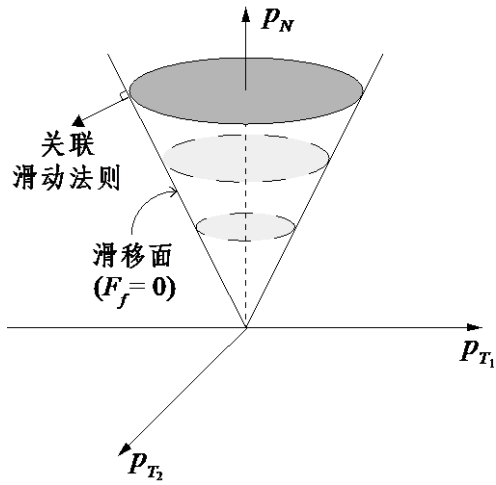


图 6-4 摩擦接触滑动面示意图

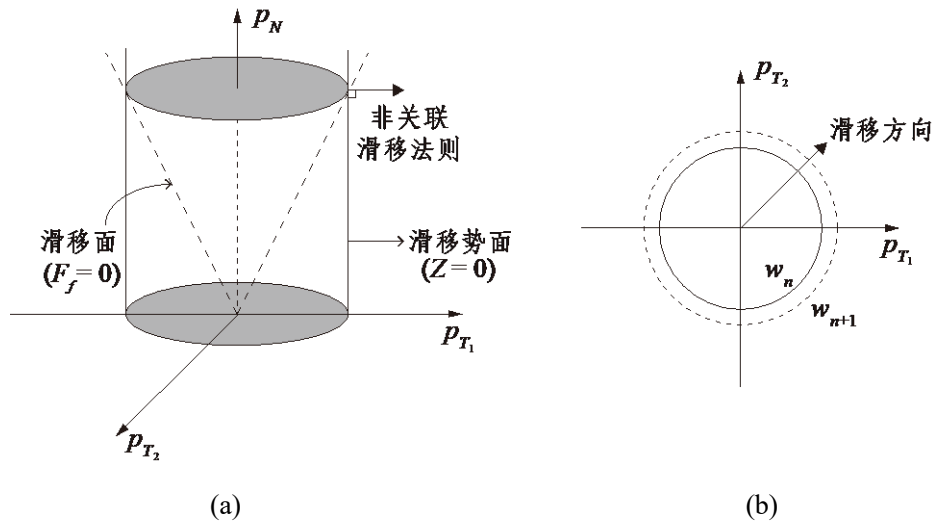


图 6-5 滑动势面及非关联滑动法则

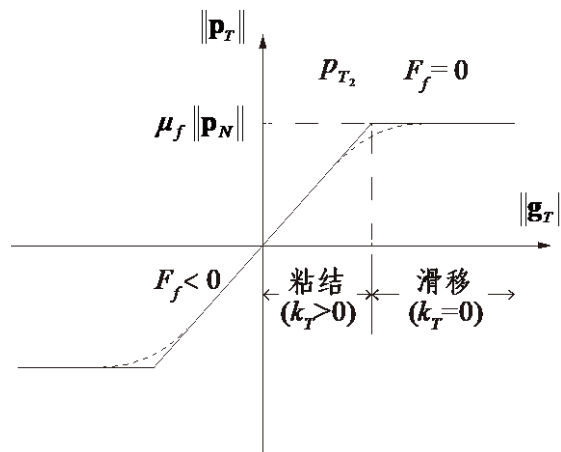
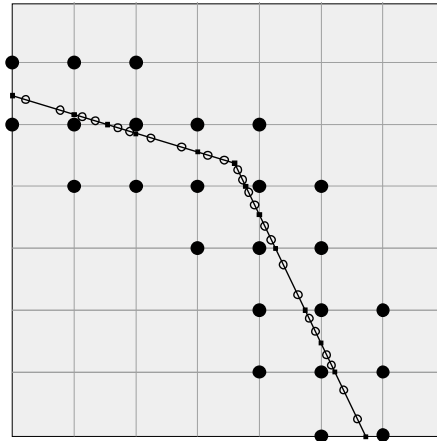


图 6-6 接触力随粘结-滑动状态变化曲线 (  $\|\mathbf{g}_T\|$  -  $\|\mathbf{p}_T\|$  曲线 )



- Heaviside增强节点      ○ 高斯积分点
- 裂缝点以及裂缝与单元边界的交点

图 6-7 罚函数法接触裂缝面上的高斯积分

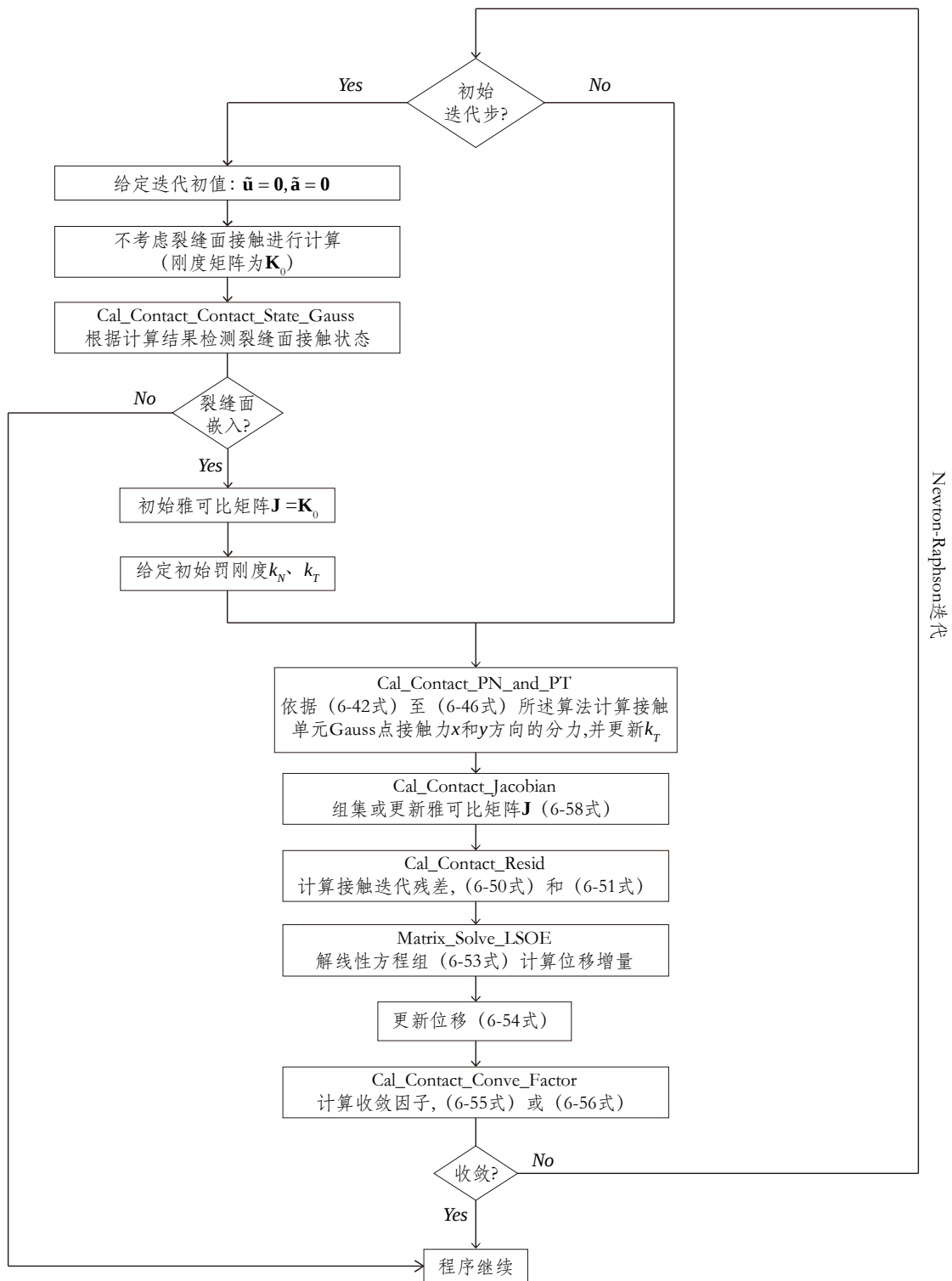
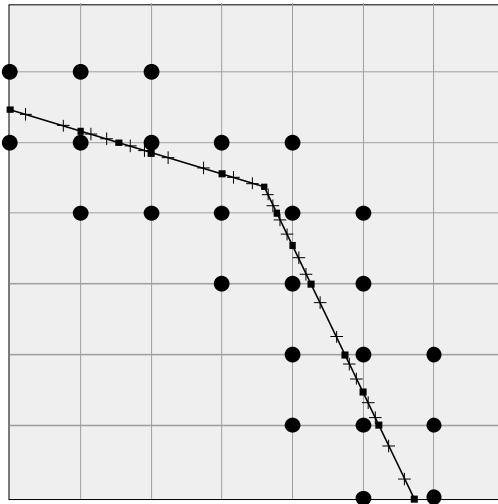


图 6-8 罚函数法接触迭代算法流程图



- Heaviside增强节点      + 高斯积分点
- 接触单元节点

图 6-9 拉格朗日乘子法接触单元上的高斯积分

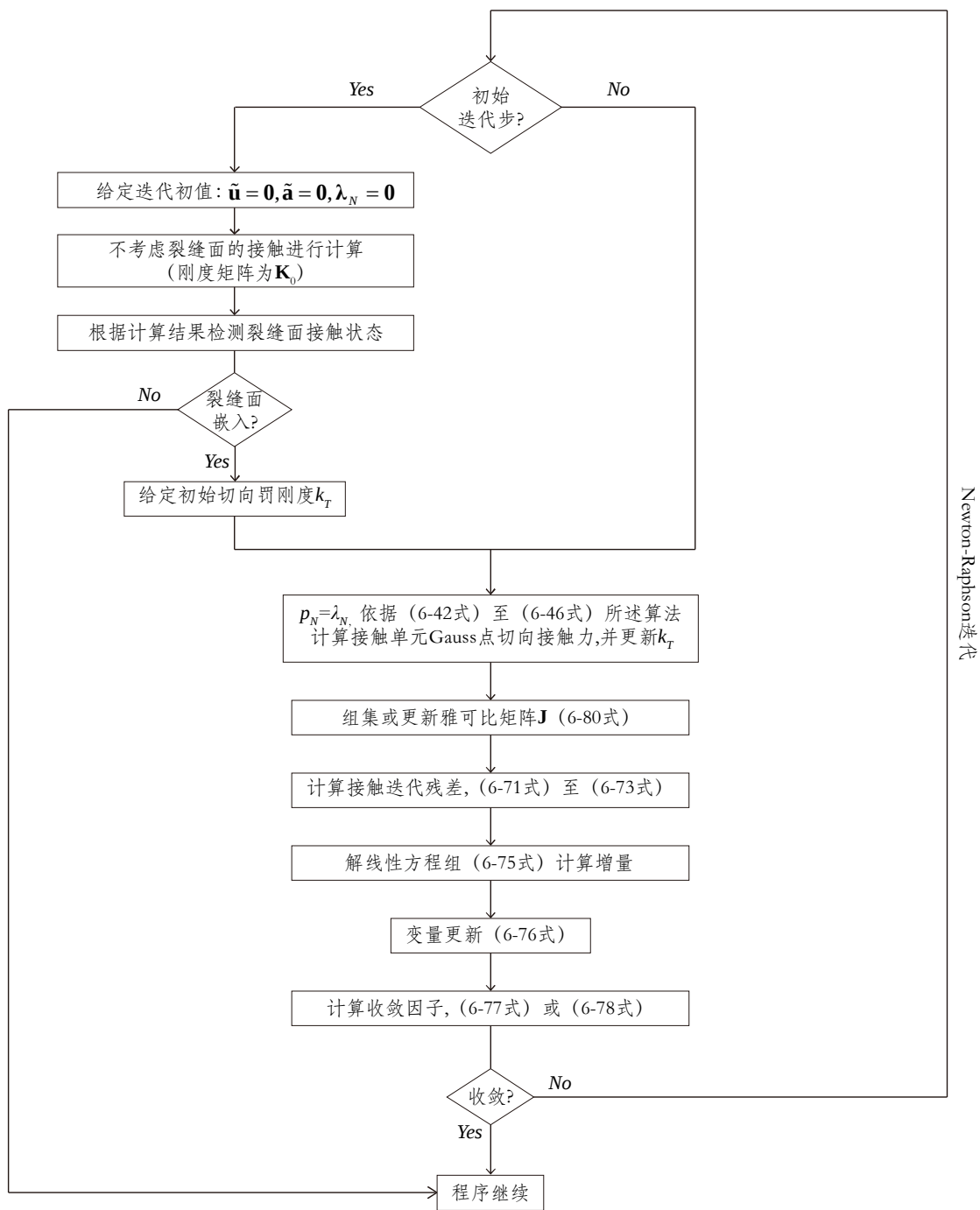


图 6-10 拉格朗日乘子法接触迭代算法流程图

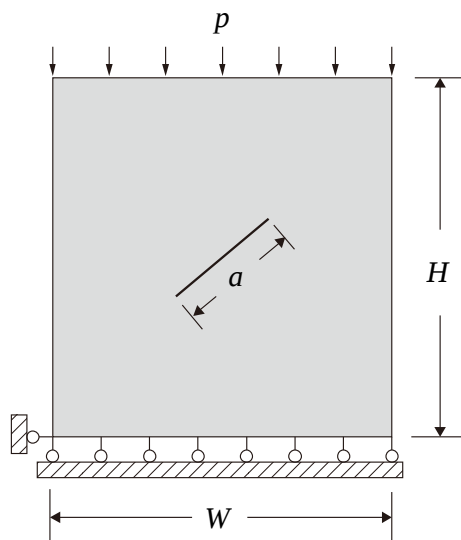


图 6-11 摩擦型裂缝模拟算例模型示意图

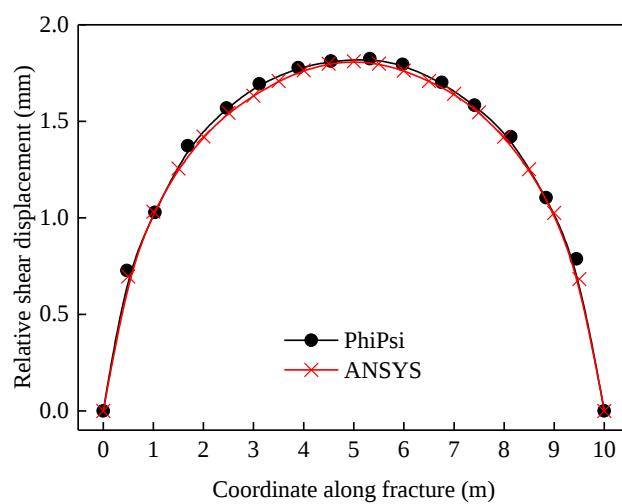
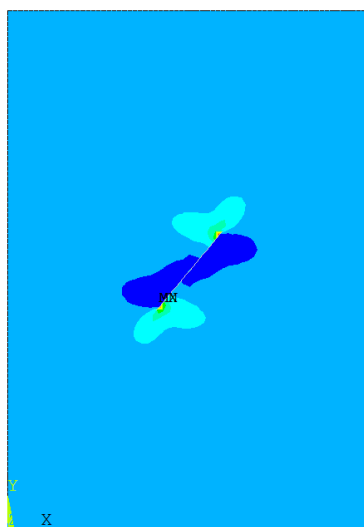


图 6-12 裂缝面切向滑动位移分布 ( $\mu = 0.3$ )



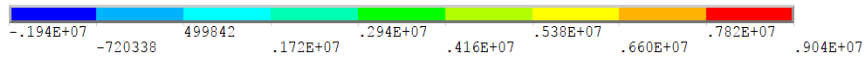


图 6-13 ANSYS 计算得到的最大主应力云图 ( $\mu = 0.3$ )

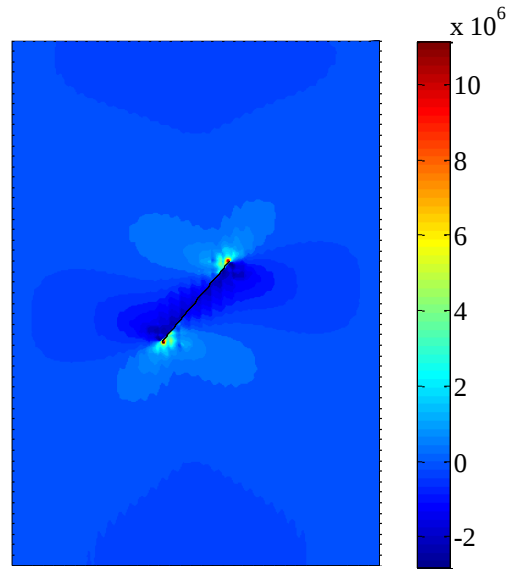


图 6-14 PhiPsi 计算得到的最大主应力云图 ( $\mu = 0.3$ )

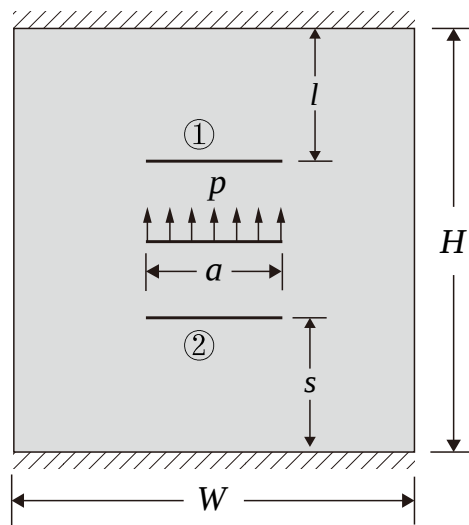


图 6-15 裂缝面的接触作用对裂缝扩展路径影响算例模型示意图

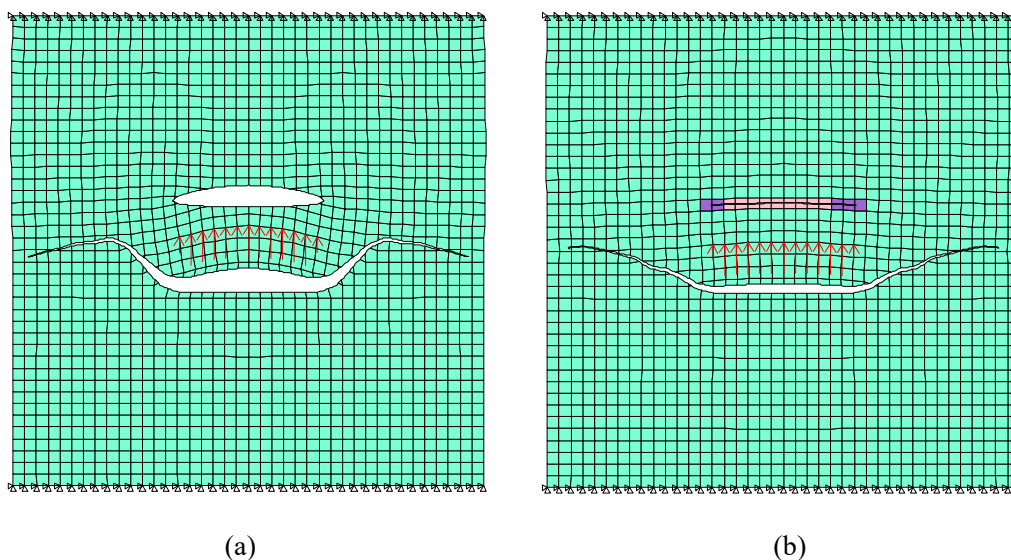
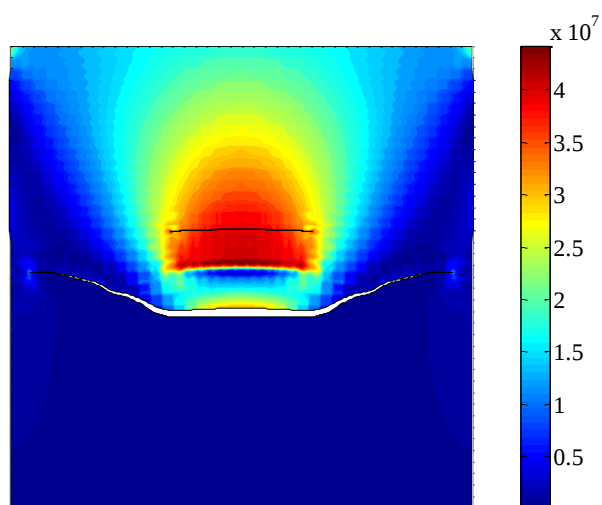
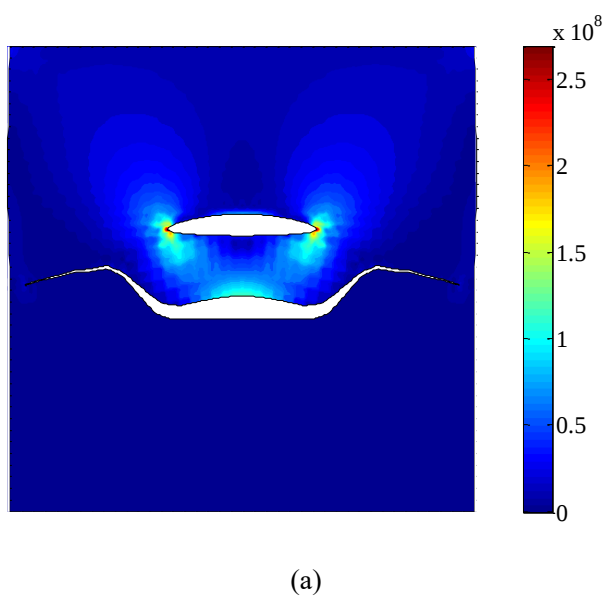


图 6-16 网格变形及裂缝扩展路径对比（变形缩放系数为 100）：(a)不考虑①号裂缝的接触；  
(b)考虑①号裂缝的接触（其中①号裂缝部分处于粘结状态、部分处于滑动状态）



(b)

图 6-17 von Mises 等效应力云图对比（变形缩放系数为 100）：(a)不考虑①号裂缝的接触（注意其中①号裂缝开度为负）；(b)考虑①号裂缝的接触

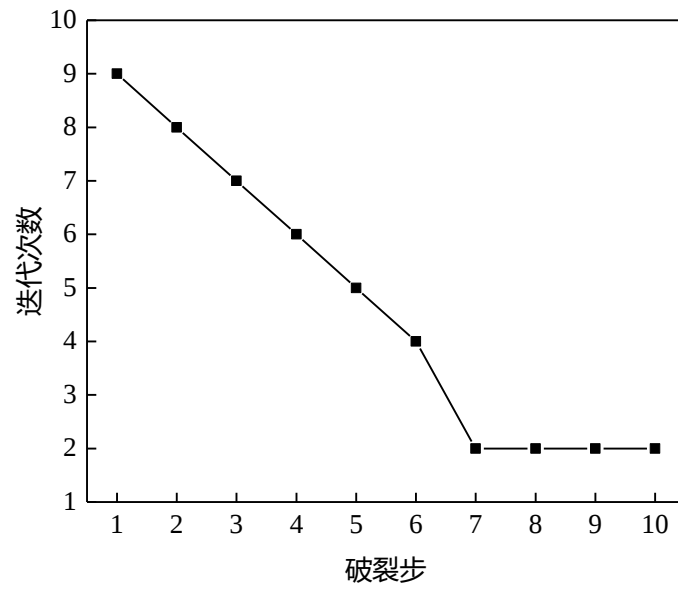


图 6-18 各个破裂步的 Newton-Raphson 接触迭代数目

## 第 7 章

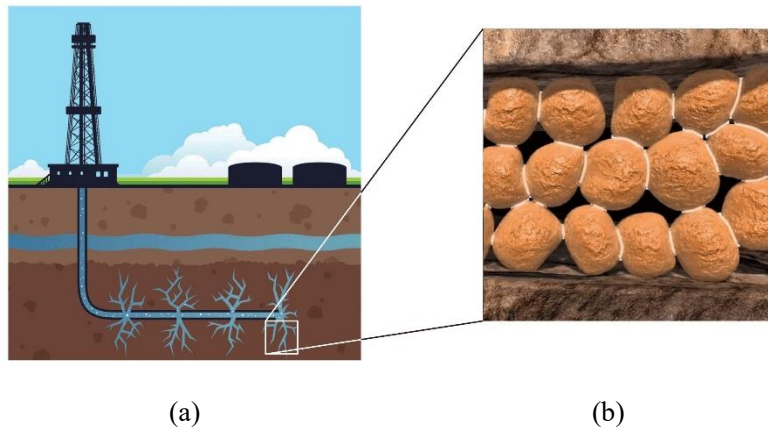


图 7-1 储层压裂改造示意图：(a)水平井分段压裂；(b)支撑剂支撑裂缝



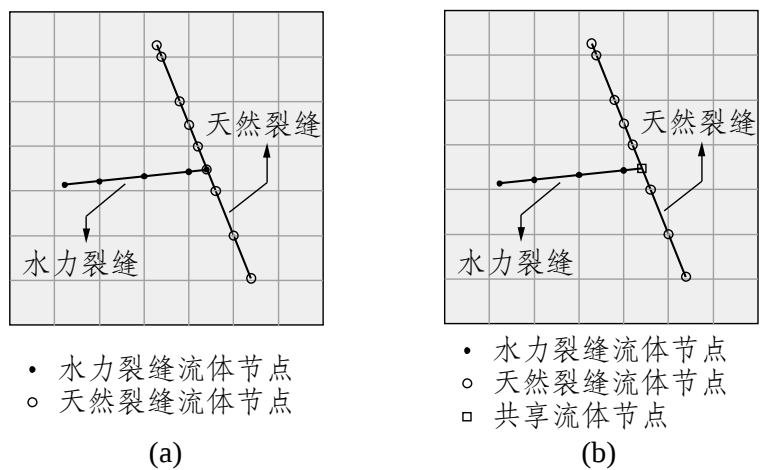


图 7-5 交叉裂缝交叉点处流体节点处理方案

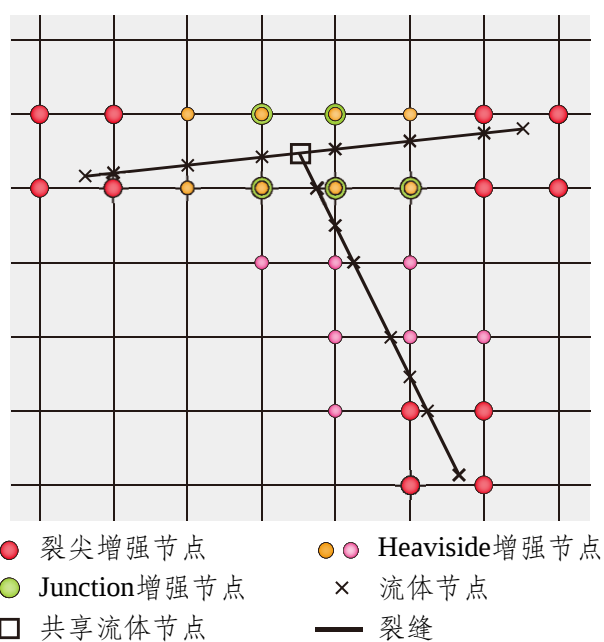


图 7-6 水力压裂流体单元节点及增强节点的分布

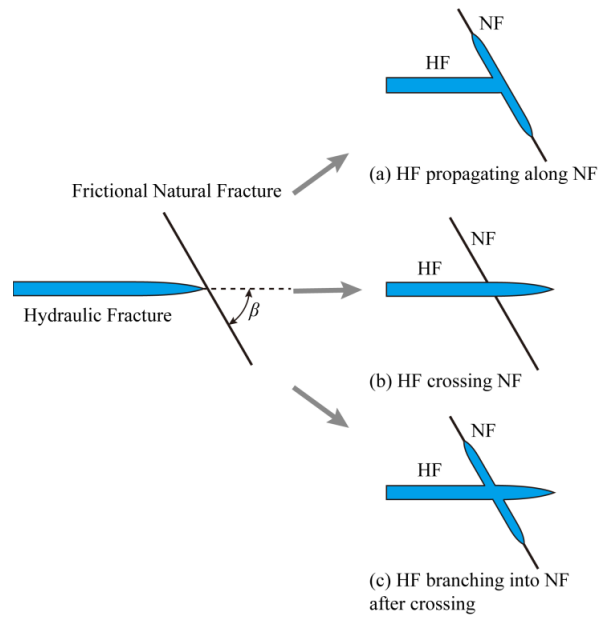


图 7-7 水力裂缝与摩擦型天然裂缝相交(Wang et al. 2018)

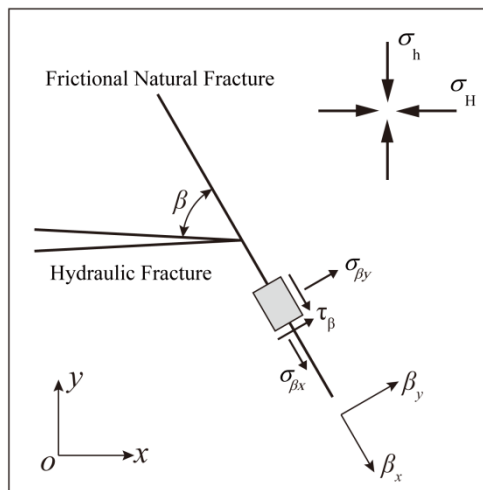


图 7-8 水力裂缝与摩擦型天然裂缝相交示意图

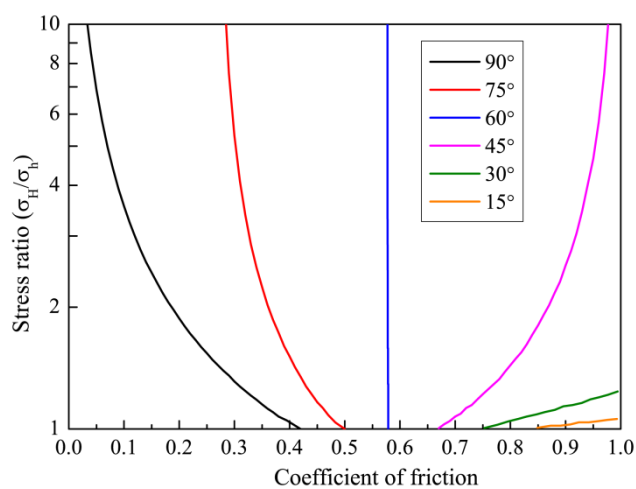


图 7-9 不同相交角度  $\beta$  对应的扩展准则 ( $T_0 = 0$ ,  $S_0 = 0$ )

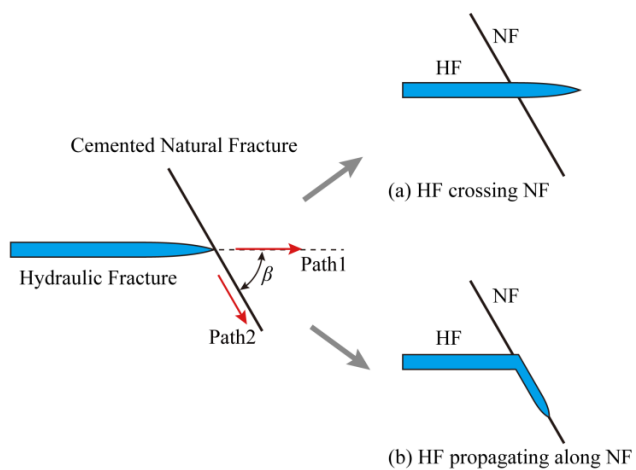


图 7-10 水力裂缝与粘结型天然裂缝相交(Wang et al. 2018)

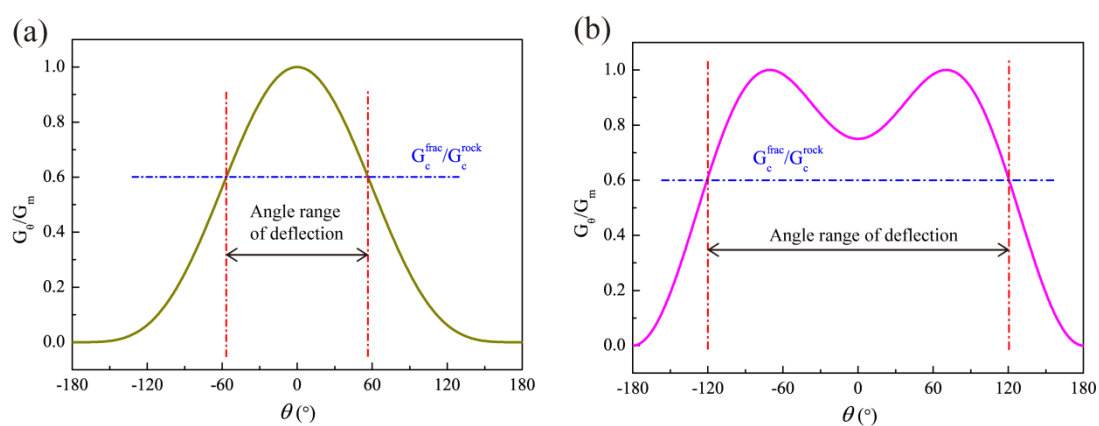


图 7-11 I 型和 II 型裂缝  $G_\theta/G_m$  的比值随角度  $\theta$  变化曲线: (a) I 型裂缝相交角度偏转区间; (b) II 型裂缝相交角度偏转区间

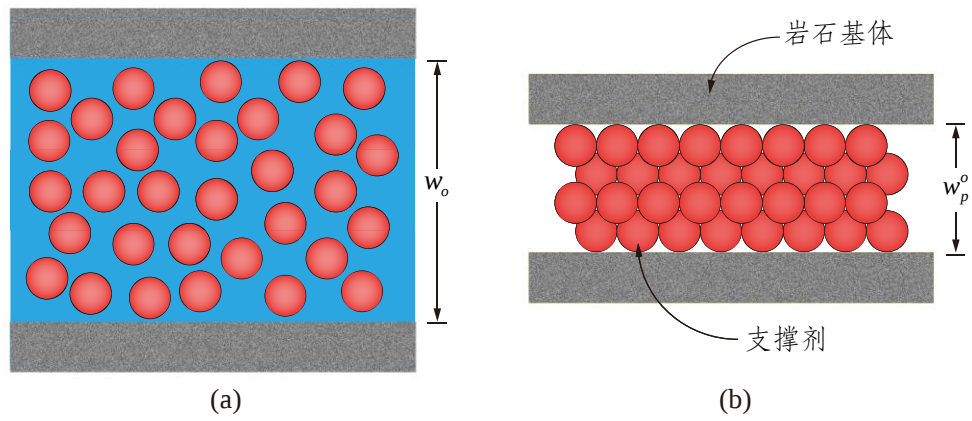


图 7-12 不同阶段支撑剂分布示意图：(a)压裂液泵入阶段水力裂缝内支撑剂颗粒的分布示意图；(b)裂缝闭合后支撑裂缝内支撑剂的排布示意图

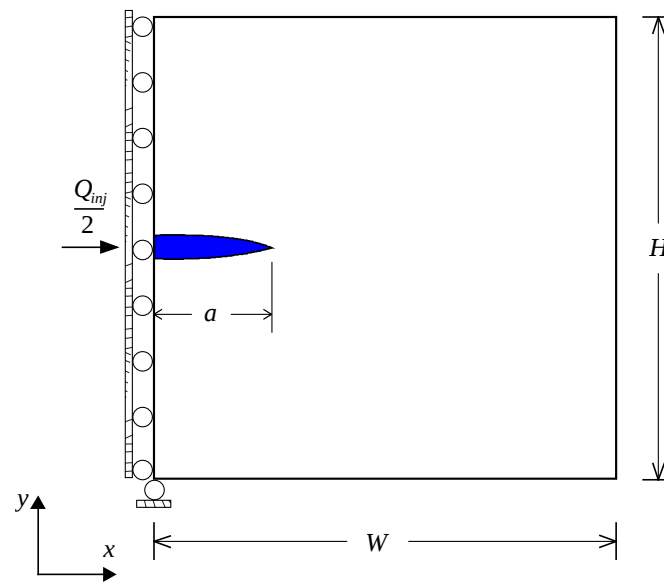


图 7-13 KGD 水力压裂模型示意图

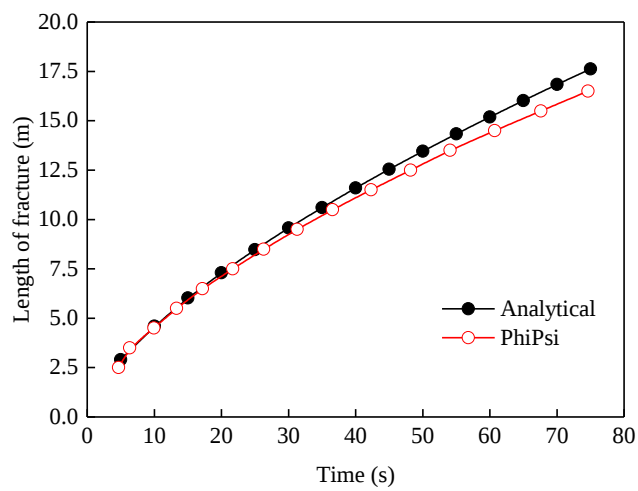


图 7-14 裂缝长度随时间变化

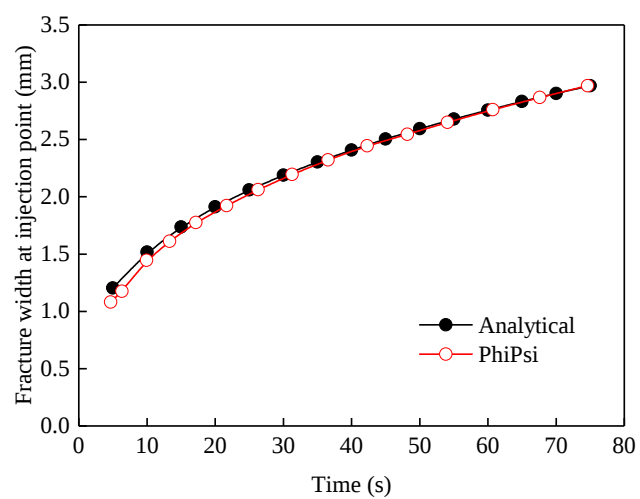


图 7-15 井筒位置裂缝宽度随时间变化

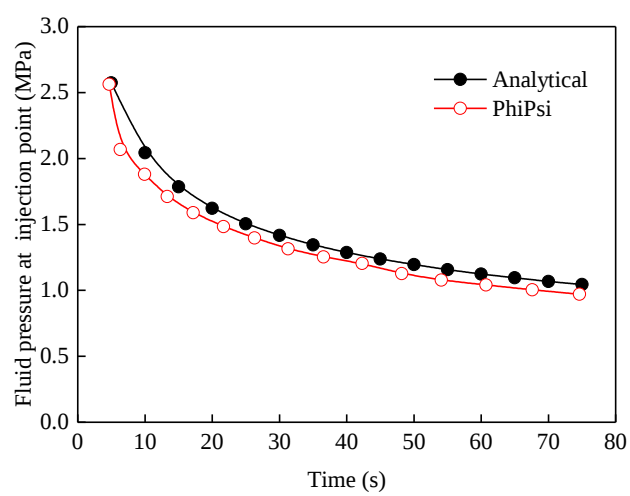


图 7-16 井筒位置压力随时间变化

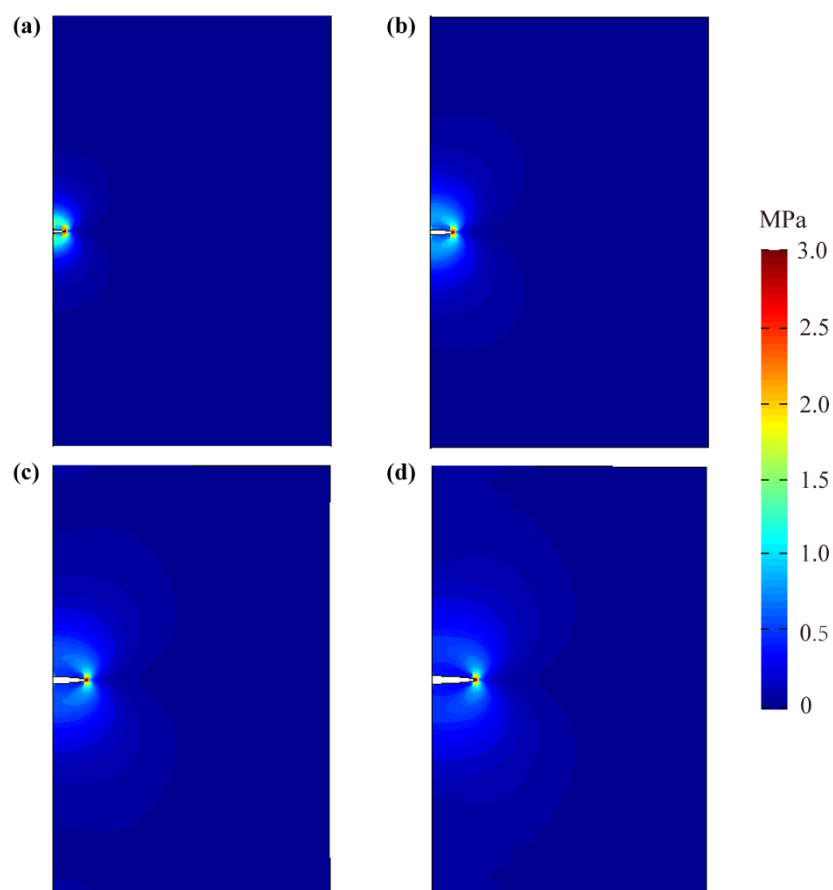


图 7-17 不同时刻裂缝形态以及对应的 von Mises 应力云图（变形放大系数为 1000）：(a)  $t = 9.8 \text{ s}$ ；(b)  $t = 26.3 \text{ s}$ ；(c)  $t = 48.2 \text{ s}$ ；(d)  $t = 74.5 \text{ s}$

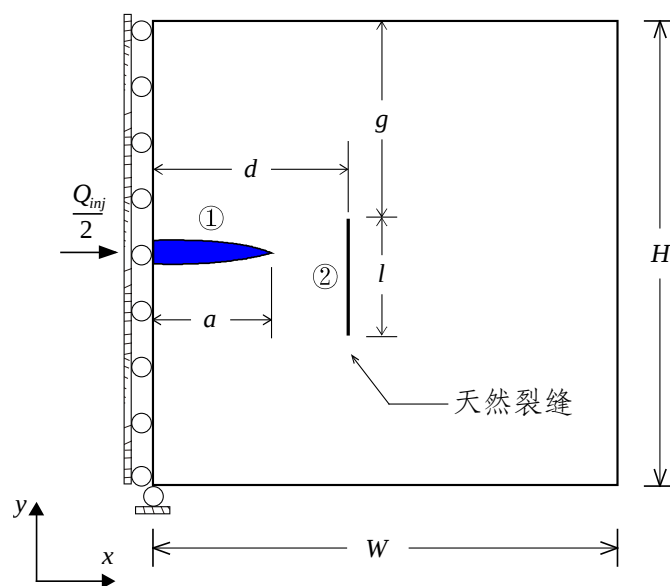


图 7-18 水力压裂与天然裂缝交汇算例模型示意图

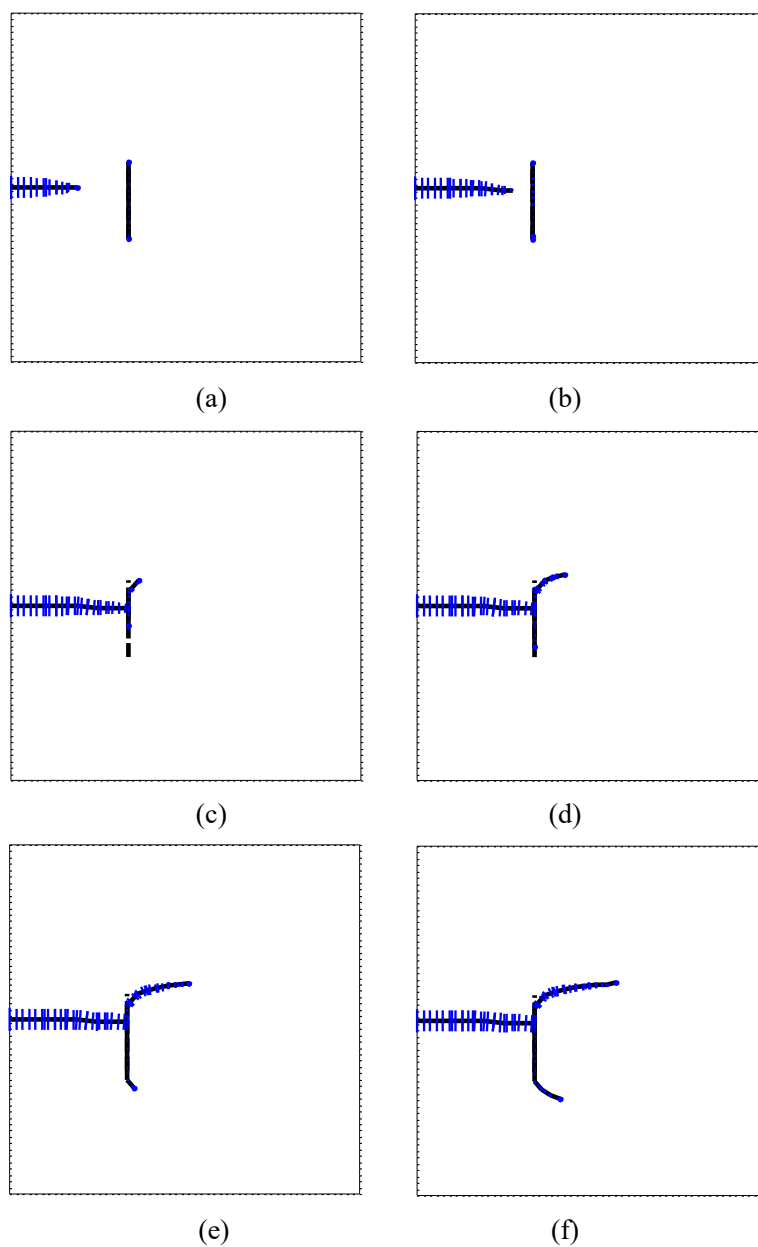
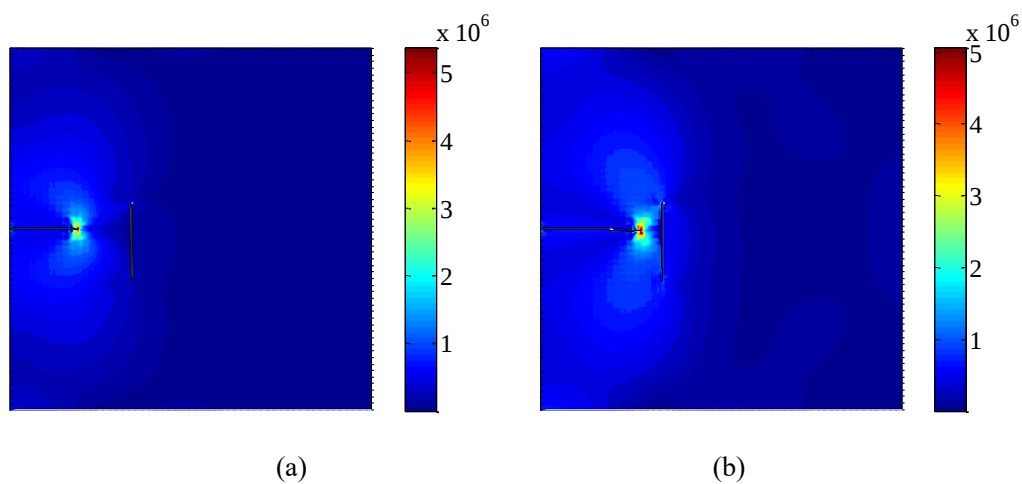


图 7-19 不同时刻裂缝扩展路径及裂缝宽度（图中垂直于裂缝方向的短横线表示裂缝宽度，短横线越长表示宽度越大）：(a)  $t = 40.6 \text{ s}$ ；(b)  $t = 80.3 \text{ s}$ ；(c)  $t = 178.1 \text{ s}$ ；(d)  $t = 216.3 \text{ s}$ ；(e)  $t = 353.6 \text{ s}$ ；(f)  $t = 423.2 \text{ s}$



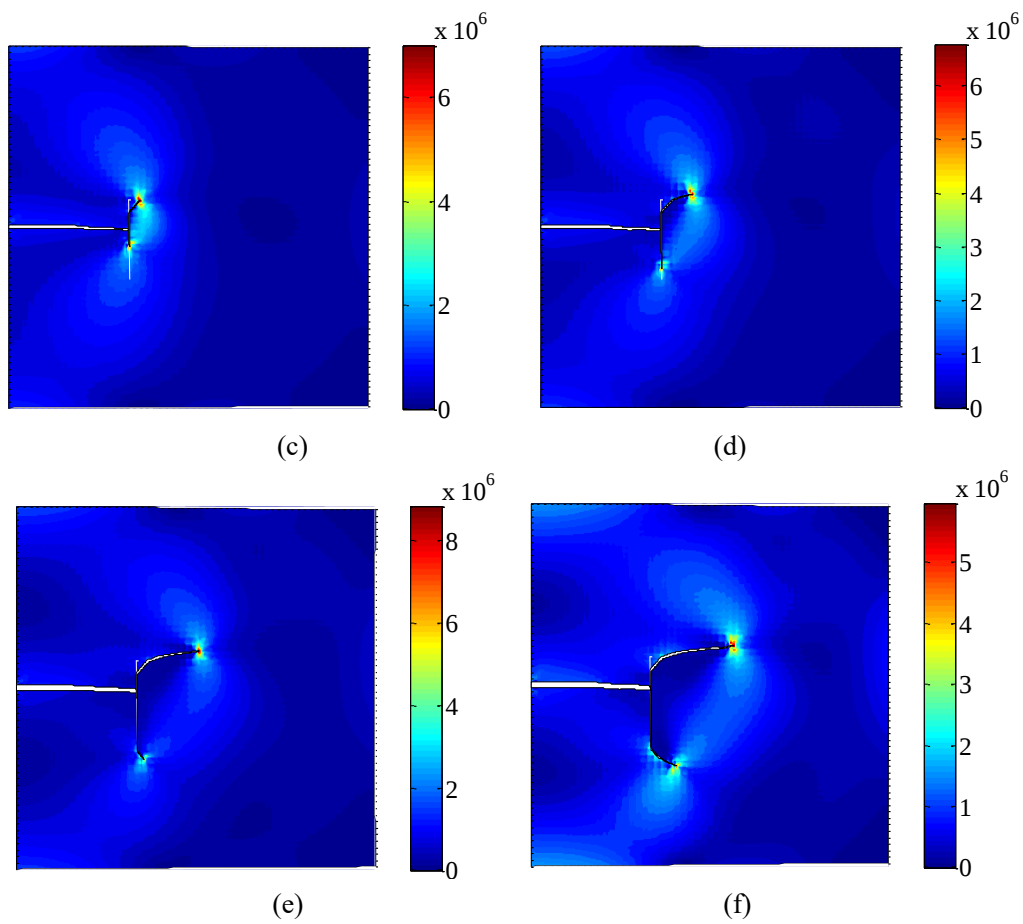
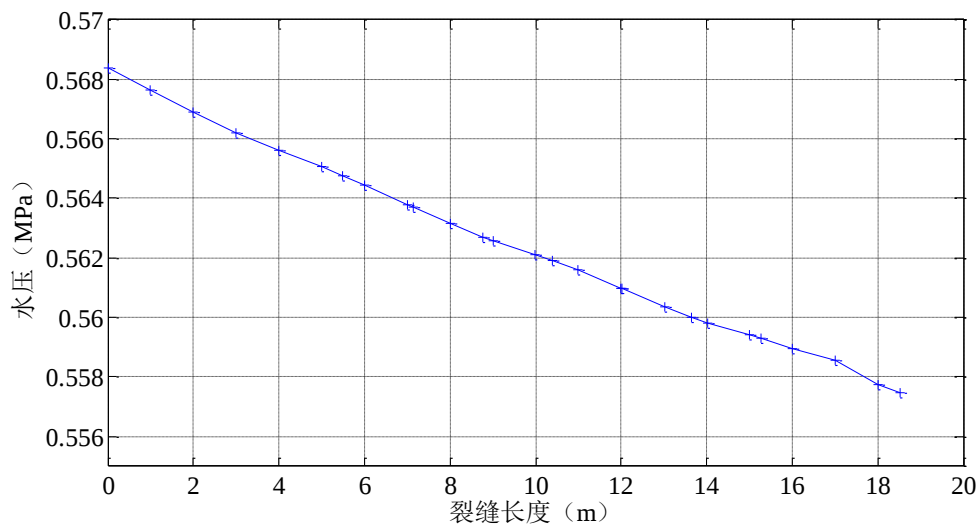
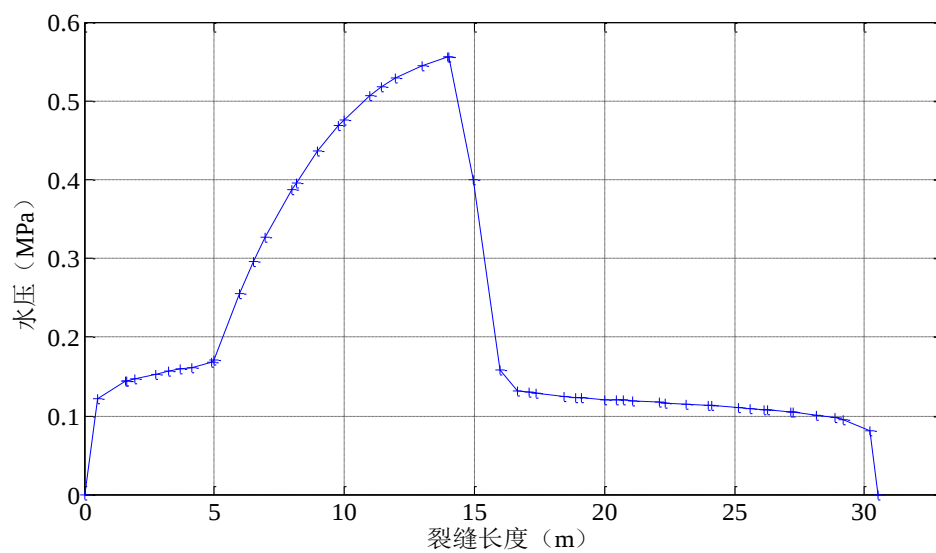


图 7-20 不同时刻 von Mises 等效力云图 (变形放大系数为 100): (a)  $t = 40.6$  s; (b)  $t = 80.3$  s; (c)  $t = 178.1$  s; (d)  $t = 216.3$  s; (e)  $t = 353.6$  s; (f)  $t = 423.2$  s



(a) ①号裂缝



(b) ②号裂缝

图 7-21  $t = 423.2$  s 时的裂缝水压分布曲线

## 第 8 章

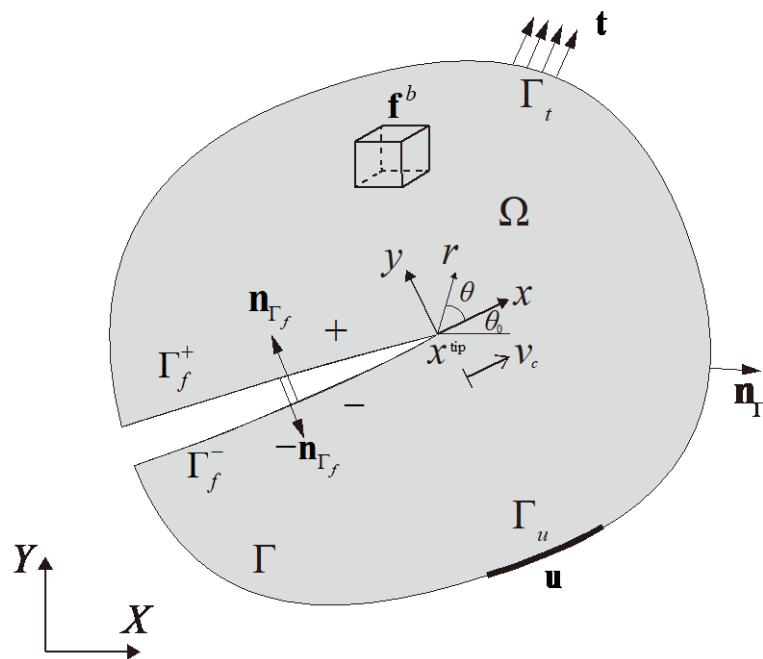


图 8-1 动态断裂问题描述示意图

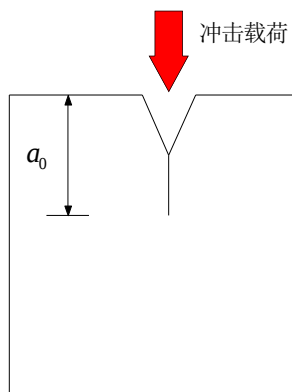


图 8-2 楔形劈裂试件

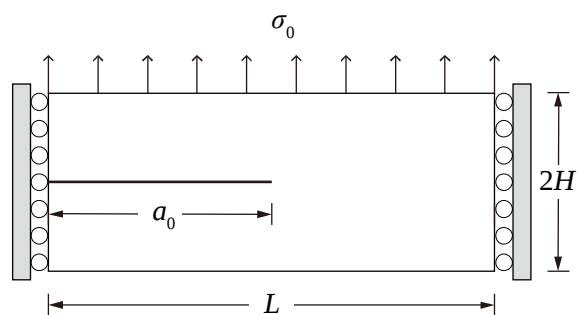


图 8-3 含边界裂缝板的动态冲击模型示意图

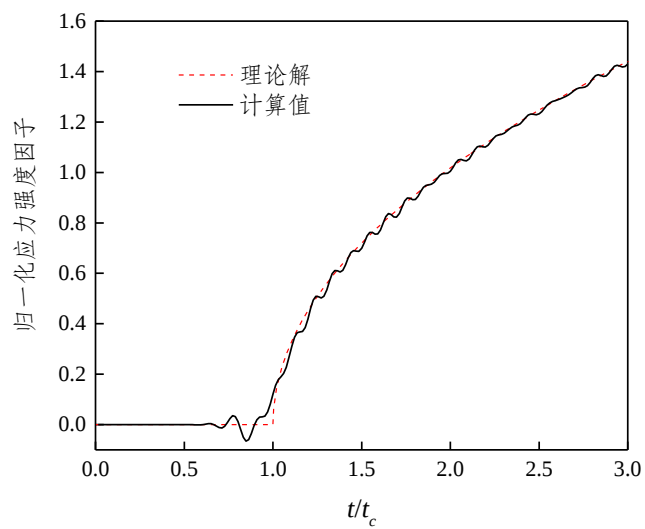
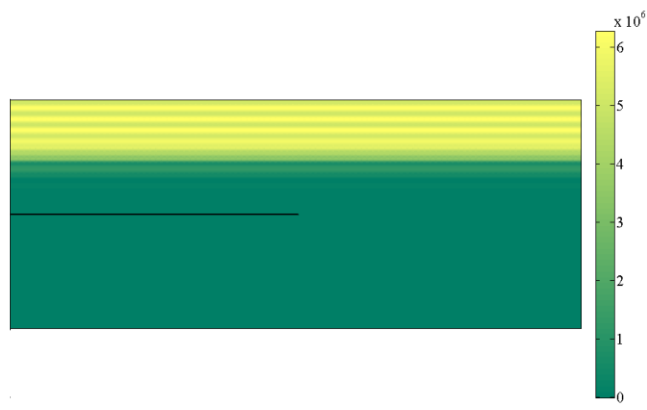


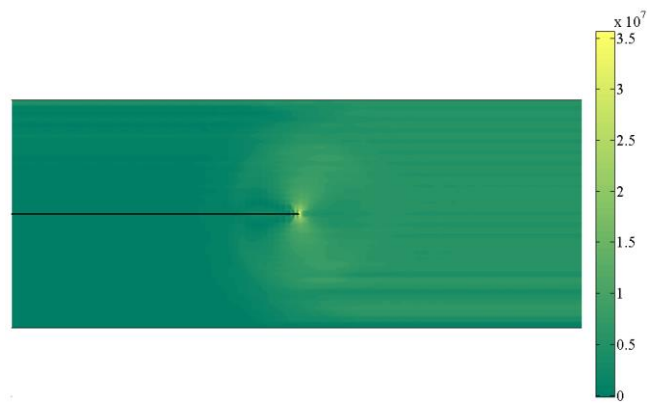
图 8-4 裂尖应力强度因子对比



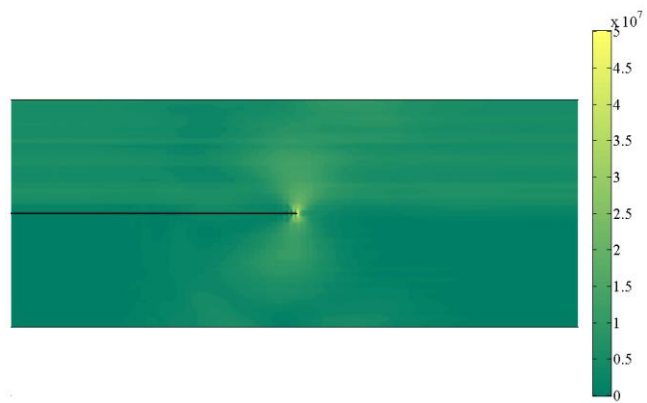
(a)



(b)



(c)



(d)

图 8-5 不同时刻的 von Mises 应力云图: (a)  $t = 0.5 t_c$ ; (b)  $t = 1.0 t_c$ ; (c)  $t = 2.0 t_c$ ; (d)  $t = 3.0 t_c$

## 第 9 章

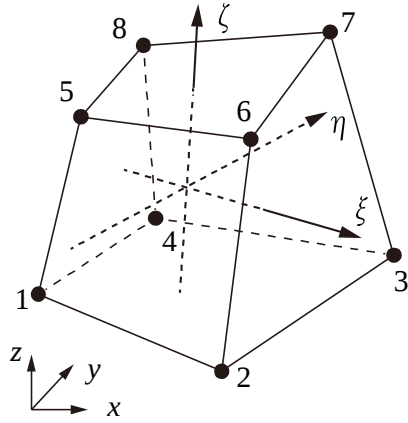


图 9-1 八节点六面体 3D 单元示意图

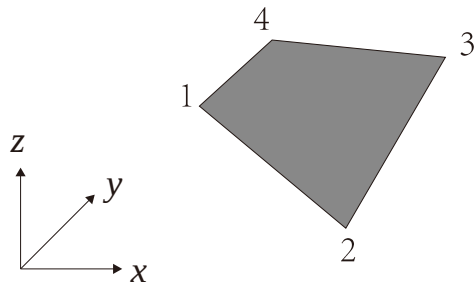


图 9-2 空间共面不共线的 4 个点构成裂缝平面

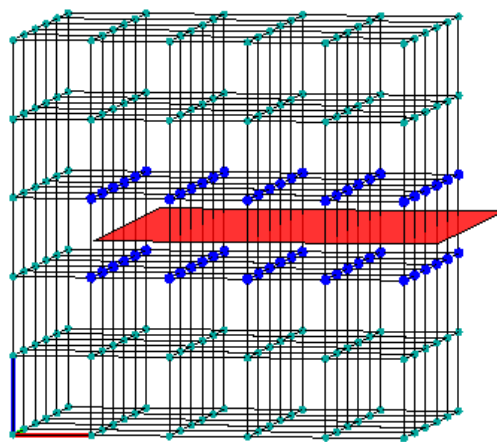


图 9-3 空间三维裂缝增强节点的选择实例

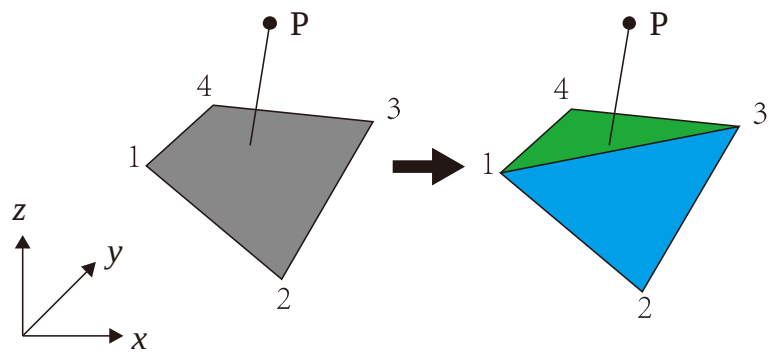


图 9-4 空间四边形裂缝面拆解为两个空间三角形

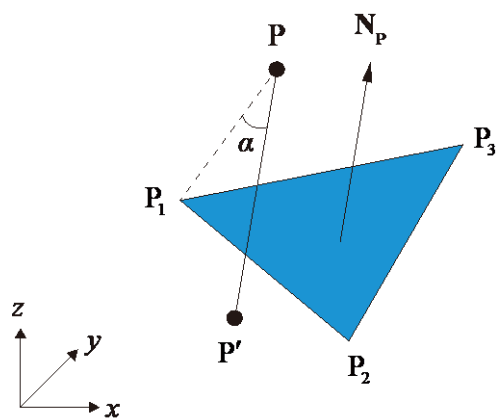


图 9-5 点到空间三角形的符号距离计算示意图

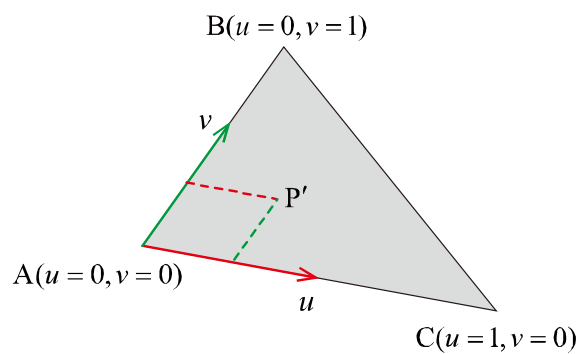


图 9-6 重心法判断点是否在空间三角形内

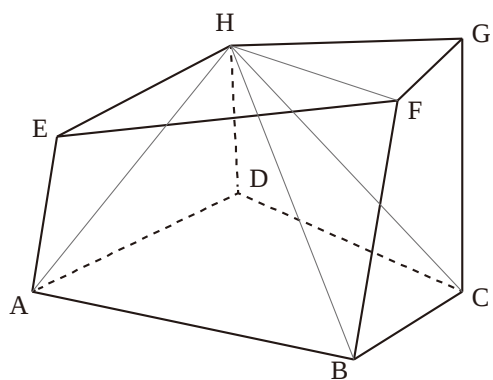


图 9-7 空间六面体及其分解

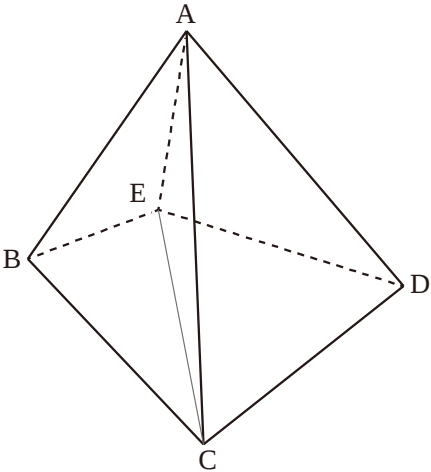


图 9-8 空间四棱锥及其分解

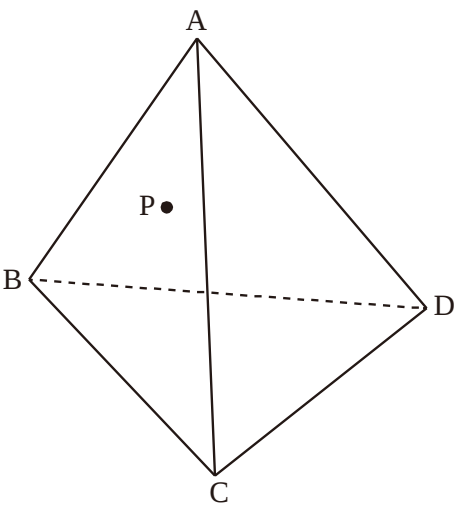


图 9-9 空间点 P 与空间四面体

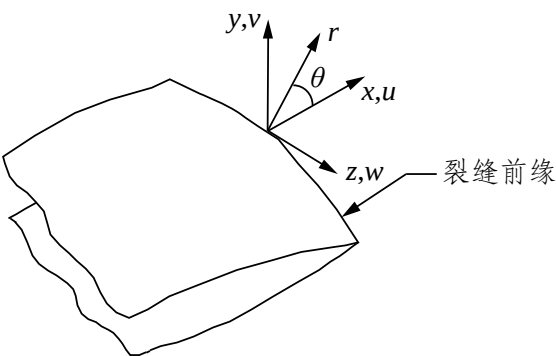


图 9-10 三维裂缝裂尖局部坐标系

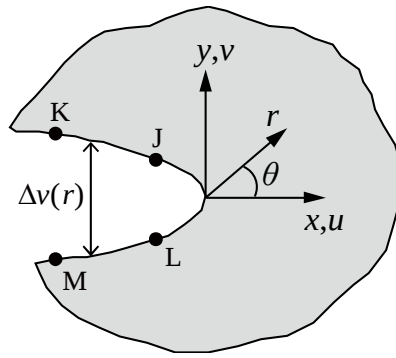


图 9-11 位移插值法计算裂尖应力强度因子示意图

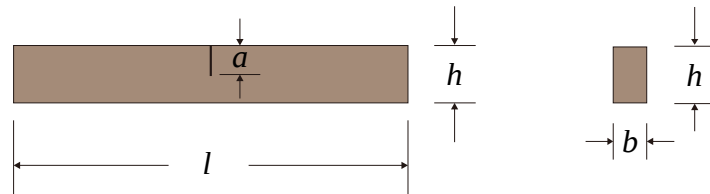
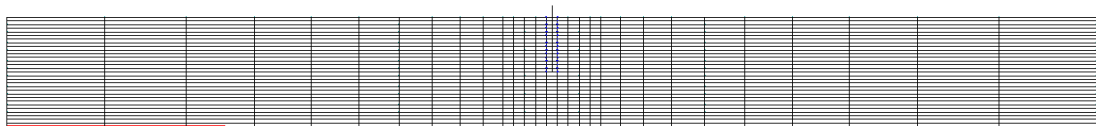
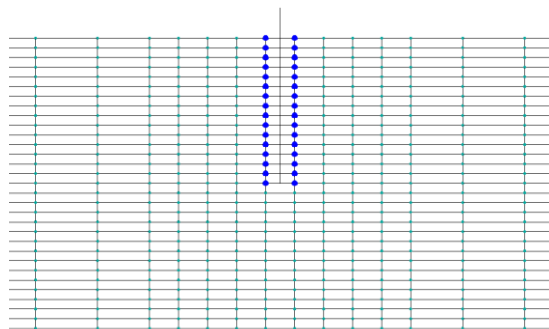


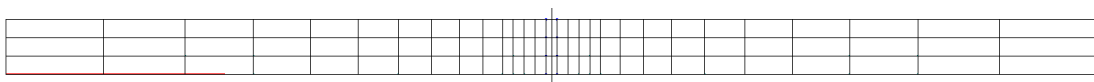
图 9-12 验证算例示意图



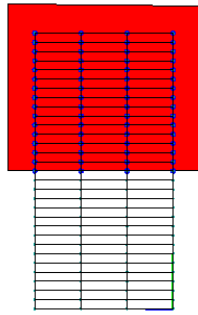
(a) x-y 视图



(b) 裂缝面附近的 Heaviside 增强节点局部放大 (x-y 视图)



(c) x-y 视图



(d)  $y$ - $z$  视图（红色平面为裂缝面）

图 9-13 PhiPsi 模型的有限元网格及增强节点

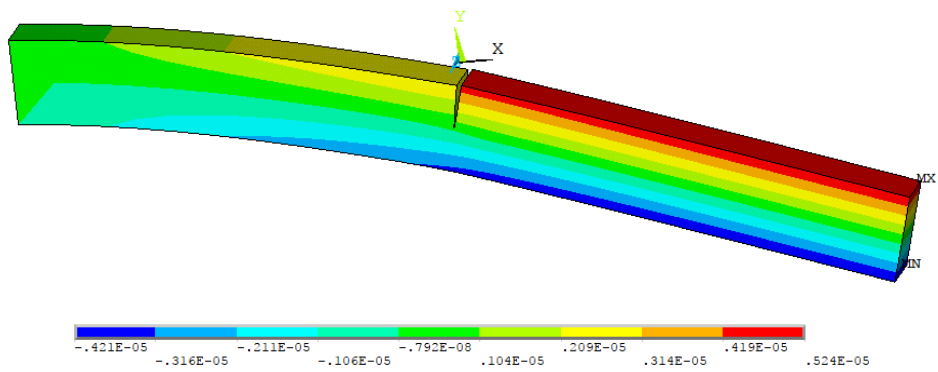


图 9-14 ANSYS 计算得到的模型  $x$  方向位移云图（变形放大系数为 3000）

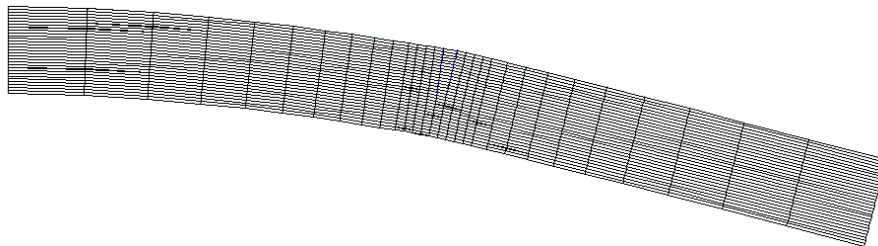


图 9-15 PhiPsi 计算得到的模型网格变形图（变形放大系数为 3000）

第 10 章

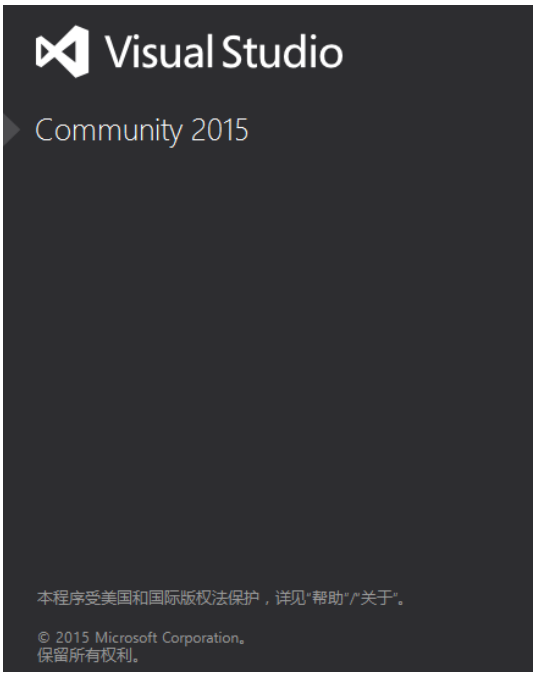


图 10-1 Visual Studio Community 2015 启动界面

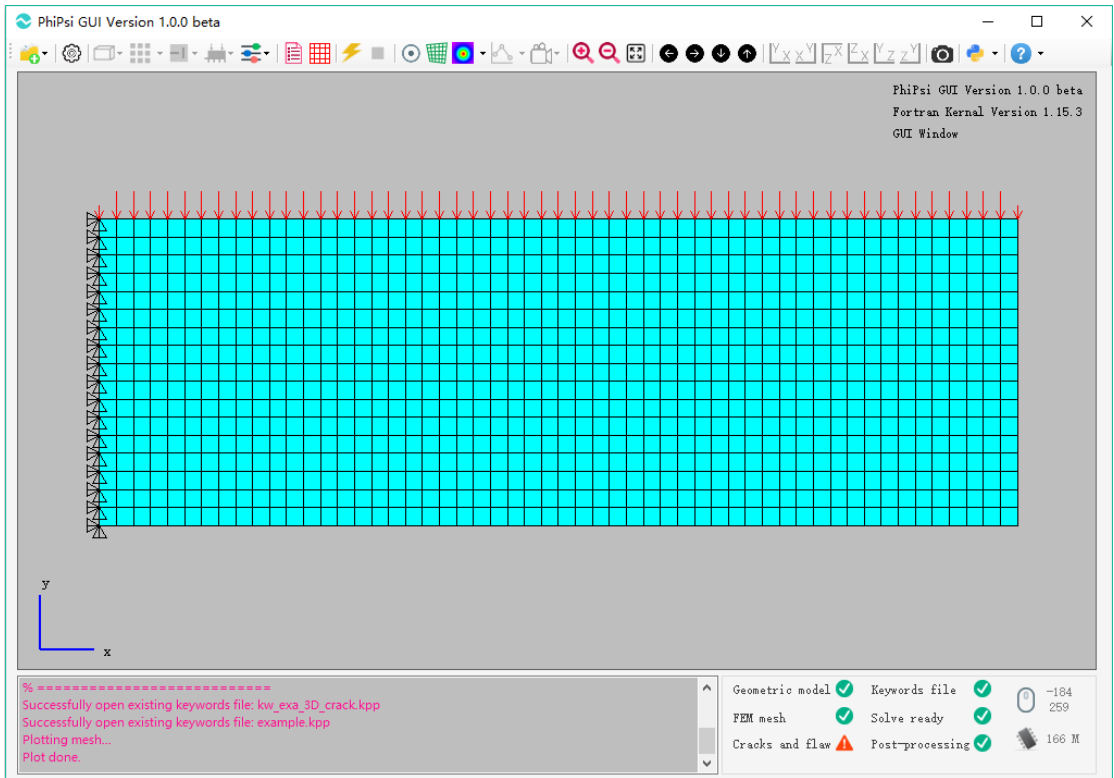


图 10-2 PhiPsi GUI 的程序界面

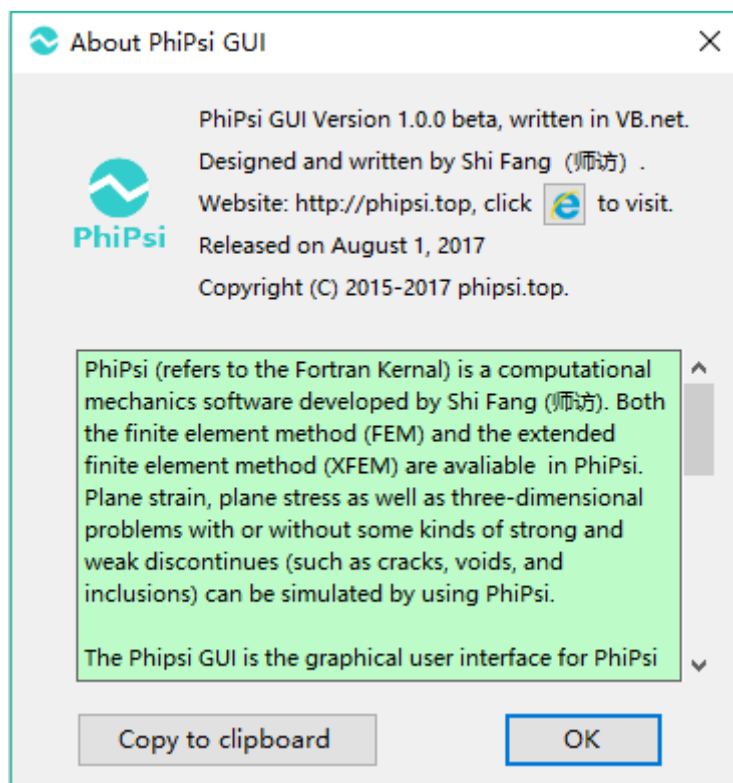


图 10-3 PhiPsi GUI 程序 About PhiPsi GUI 子窗体界面

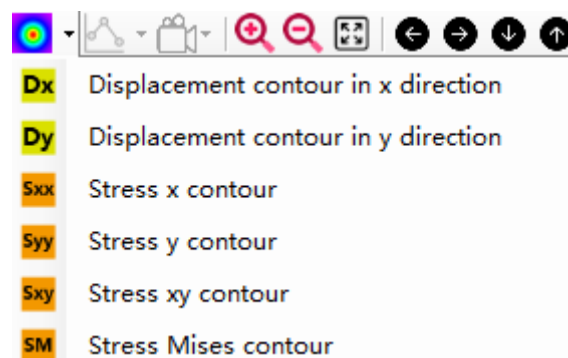


图 10-4 PhiPsi GUI 程序云图绘制工具栏及下拉菜单

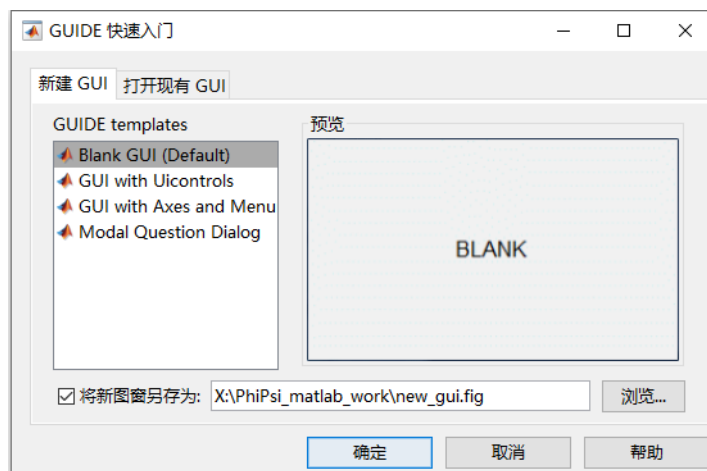


图 10-5 新建 Matlab GUI 项目

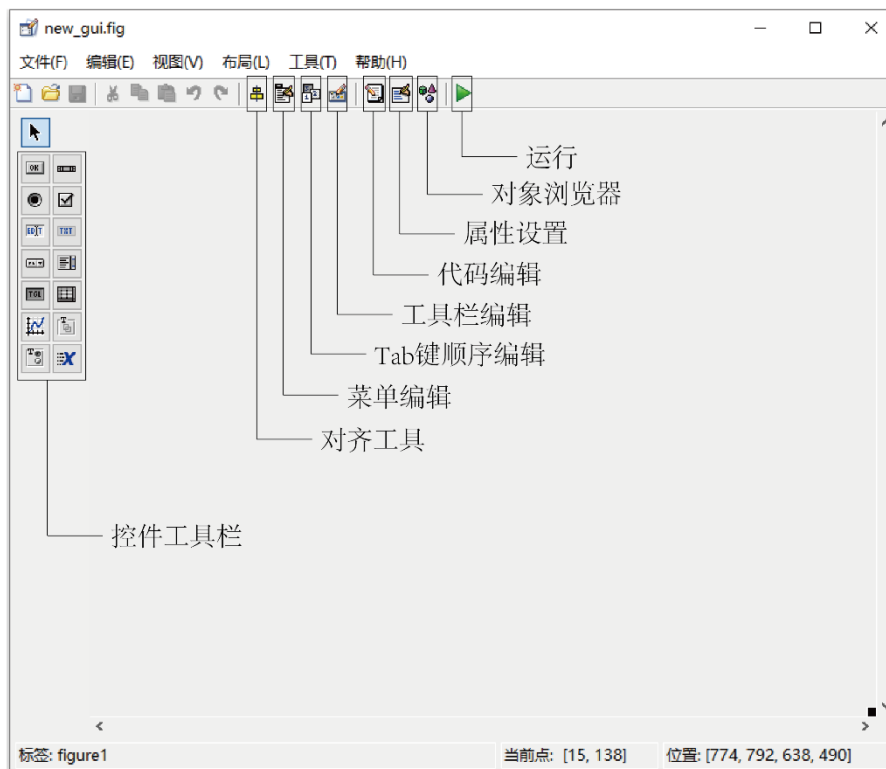


图 10-6 Matlab GUI 项目编辑窗口

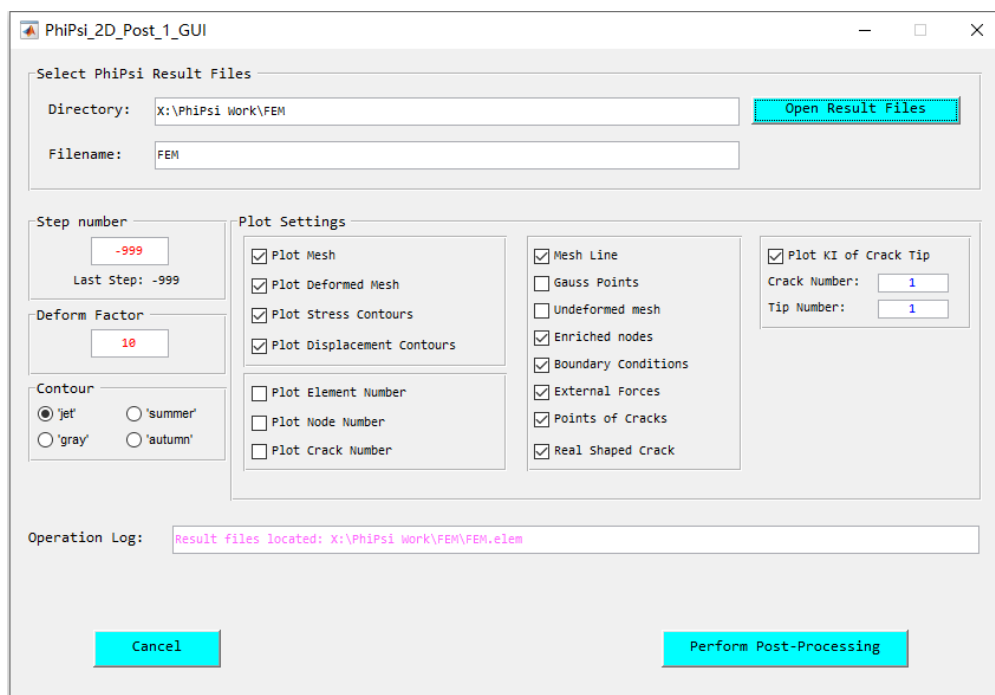


图 10-7 PhiPsi\_2D\_Post\_1\_GUI 程序运行界面